

文章编号: 1000-5692(2002)04-0426-03

非傍轴高斯光束的传输特性

赵丽华, 陈均朗

(浙江林学院 光电子研究所, 浙江 临安 311300)

摘要: 采用横截面上光强的精确表述, 对非傍轴高斯光束的传输特性进行了理论分析。发现二阶矩定义下的光束束宽满足一般的双曲线传输规律。同时, 数值计算表明, 非傍轴高斯光束的传输因子与初始高斯宽度有关。在初始高斯半宽度小于 0.123 个波长时, 光束传输因子小于 1。图 1 参 11

关键词: 光束; 非傍轴高斯光束; 传输特性; 初始高斯宽度

中图分类号: TN249 **文献标识码:** A

对激光束传输变换规律的研究一直是激光科学中一个很活跃的领域。经 Siegman 教授建议由国际标准组织采纳的 M^2 传输因子^[1] 适用于描述任意傍轴标量光束的传输特性。后来, Siegman 的二阶矩法又推广到了非傍轴标量光束, 定义了非傍轴标量光束的 M^2 因子^[2], 并证明了在倏逝波效应可忽略的前提下, 非傍轴标量光束的 M^2 因子存在一个只能无限趋近而永远都不能达到的下限 1^[3], 而 Porras 等人分别用标量矩和矢量矩理论得出了非傍轴光束的 M^2 因子没有下限的结论^[4~5]。本文则基于横截面上光强的精确表述对非傍轴高斯光束的传输特性进行了分析和讨论, 否定了关于非傍轴标量光束的 M^2 因子存在一个永远都不能达到的下限 1 的结论。

1 理论分析

一绕 z 轴旋转对称的非傍轴高斯光束在自由空间传输, 其初始场分布为 $U(r, 0) = \exp(-r^2/w_0^2)$ 。式中 $r^2 = x^2 + y^2$, w_0 为初始高斯半宽度, 则空间任意一点的标量场分布 $U(r, z)$ 可表示为^[6]:

$$U(r, z) = k \int_0^\infty E_0(\alpha) \exp(ikz) J_0(k\alpha r) \alpha d\alpha.$$

其中: $U_0(\alpha) = kw_0^2 \exp(-k^2 w_0^2 \alpha^2 / 4) / 2$, 是初始市场的角光谱。式中, $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2}$, $k = 2\pi / \lambda$, λ 为波长, J_0 为第 1 类零阶贝塞尔函数。

在空间任一垂直于 z 轴的横截面上的光强 I 表述^[7~9]:

$$I(r, z) = \text{Re} \left[-i \frac{U^*(r, z) \partial U(r, z)}{k \partial z} \right]. \quad (1)$$

式中: Re 表示取实部, 星号表示复共轭。当 z 大于几个波长时, 即倏逝波效应可忽略时, 式 (1) 可表示为按波长 λ 或 k^{-1} 的级数展开^[8]:

$$I(r, z) = |U(r, z)|^2 + \sum_{n=1}^\infty D^{(n)}. \quad (2)$$

收稿日期: 2002-03-14; 修回日期: 2002-09-10

作者简介: 赵丽华(1963-), 女, 浙江临安人, 实验师, 从事土壤物理化学及光电子技术研究。

$$\text{式中: } D^{(n)} = \text{Re} \left\{ \frac{(-1)^{n+1} (2n-3)!!}{k^{2n} (2n)!!} U^*(r, z) \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right]^n U(r, z) \right\}. \quad (3)$$

由式 (2) 和 (3) 可得, 在傍轴条件下, 由于波长 λ 较小, $|U(r, z)|^2 \gg D^{(1)}$, 所以 $I(r, z) = |U(r, z)|^2 + D^{(1)} \cong |U(r, z)|^2$. 这就是一般的光强表述即复振幅模的平方。

任一 z 为常数的横截面所流过的光束能量 $P(z)$ 为:

$$P(z) = 2\pi \int_0^\infty r dr = 2\pi \text{Re} \left\{ \int_0^\infty |U_0(\alpha)| \exp(ik\gamma z) \right\}^2 \gamma d\alpha = 2\pi \int_0^1 |U_0^2(\alpha)| (\gamma d\alpha) = P(0).$$

则非傍轴高斯光束的二阶矩束宽 $W(z)$ 为:

$$W^2(z) = \frac{4\pi}{P(z)} \int_0^\infty r^3 dr = \frac{\lambda^2}{\pi P(0)} \text{Re} \left\{ \int_0^\infty \frac{\partial [U_0(\alpha) \gamma \exp(ik\gamma z)]}{\partial \alpha} \frac{\partial [U_0(\alpha) \exp(-ik\gamma z)]}{\partial \alpha} \alpha d\alpha \right\}.$$

以 $z=0$ 的平面选作参考面, 则非傍轴高斯光束的二阶矩束宽满足一般的双曲线传输规律:

$$W^2(z) = W^2(0) + z^2 \tan^2 \theta_0.$$

其中: 束腰 $W(0)$ 和远场发散角 θ_0 分别为:

$$W^2(0) = \frac{\lambda^2}{\pi P(0)} \int_0^1 \frac{\partial [U_0(\alpha) \gamma]}{\partial \alpha} \frac{\partial U_0(\alpha)}{\partial \alpha} \alpha d\alpha,$$

$$\tan^2 \theta_0 = \frac{4\pi}{P(0)} \int_0^1 U_0^2(\alpha) \frac{a^3}{\gamma} d\alpha.$$

根据定义, 非傍轴高斯光束的传输因子 M^2 为^[3,4]:

$$M^2 = \pi W(0) \tan \theta_0 / \gamma.$$

2 计算结果分析

图 1 给出了非傍轴高斯光束的传输因子 M^2 、束腰 $W(0)$ 和远场发散角 θ_0 与初始高斯半宽度 w_0 的变化关系。其中白圆圈表示曲线不包含此点, 虚线是为了比较而加的。

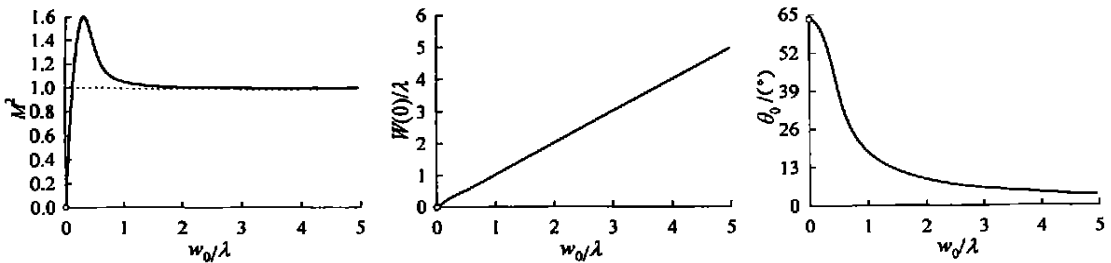


图 1 光束传输因子 M^2 、束腰 $W(0)$ 和远场发散角 θ_0 与初始高斯半宽度的变化关系

Figure 1 Variation curves of beam propagation factor M^2 , beam waist $W(0)$ and divergence angle θ_0

由图 1 可概括得: ①当初始高斯半宽度 $w_0 \leq 0.307 \lambda$ 时, 光束传输因子 M^2 随 w_0 的增大而增大。当 $w_0 = 0.307 \lambda$ 时, 光束传输因子 M^2 达到最大值 1.59, 相应的束腰 $W(0)$ 和远场发散角 θ_0 分别为 0.372λ 和 53.8° ; 当 $w_0 = 0.123 \lambda$ 时, M^2 等于 1.00, 对应的 $W(0)$ 和 θ_0 分别为 0.169λ 和 62.0° ; 当 w_0 小于 0.123λ 时, M^2 小于 1.00, 且当 w_0 趋向于零, M^2 趋向于零, 而远场发散角 θ_0 趋向于最大值 63.4° 。②当 $0.307 \lambda < w_0 < 0.900 \lambda$ 时, M^2 随着 w_0 的增大而减小。③当 $w_0 \geq 0.900 \lambda$ 时, M^2 趋向于 1.00。但是, 即使 w_0 趋向于无穷大, M^2 也只能无限接近于 1.00 而永远不能精确地等于 1.00。因此, 不等式 $M^2 > 1.00$ 对 $w_0 > 0.123 \lambda$ 恒成立。④束腰 $W(0)$ 基本上和 w_0 成比例。当 $w_0 < 0.900 \lambda$ 时, $W(0) > w_0$; 当 $W_0 \geq 0.900 \lambda$, $W(0) \cong w_0$ 。因此, 当 $w_0 \geq 0.900 \lambda$ 时, 非傍轴标量高斯光束可近似地视为傍轴标量高斯光束。这一结论与参考文献 [10] 相一致。⑤发散角 θ_0 随着 w_0 的增大而减小。当初始高斯分布变窄时, 远场发散角 θ_0 不会无限度地增大, 即最大不会超过 63.4° 。这个结论和参考文献 [4, 11] 一致。

3 结论

基于精确表述的横截面上光强, 对非傍轴高斯光束的传输特性进行了理论研究。结果表明二阶矩下的光束束宽满足一般的双曲线传输规律。数值计算表明, 传输因子 M^2 与初始高斯半宽度 w_0 有关, 在初始高斯半宽度 w_0 小于 0.123 个波长, 光束传输因子 M^2 小于 1.00; 当初始高斯半宽度 w_0 大于 0.900 个波长时, 光束传输因子 M^2 趋近于 1.00。以上的研究结果有助于加深对非傍轴标量光束传输特性的认识。

参考文献:

- [1] Siegman A E. New development in laser resonance [J]. *Proc SPIE*, 1990, **1** 224: 2-14.
- [2] 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 非傍轴光束的光束质量因子 I 定义[J]. *光学学报*, 1996, **16** (9): 1 217-1 222.
- [3] 曹清, 邓锡铭. 非傍轴光束的光束质量因子 II 特性分析[J]. *光学学报*, 1996, **16** (10): 1 345-1 349.
- [4] Porras M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams [J]. *Optik*, 1999, **110** (9): 417-420.
- [5] 周国泉. 2 类典型偏振光束的非傍轴传输因子[J]. *浙江林学院学报*, 2002, **19** (2): 198-201.
- [6] Agrawal G P, Pattanayak D N. Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation [J]. *J Opt Soc Am A*, 1979, **69** (4): 575-578.
- [7] 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 横截面上光强的精确表述[J]. *光学学报*, 1996, **16** (7): 897-902.
- [8] Cao Q, Deng X M. Power carried by scalar light beams [J]. *Opt Commun*, 1998, **151**: 212-216.
- [9] Vassallo C. Limitations of the wide angle beam propagation method in nonuniform systems [J]. *J Opt Soc Am A*, 1996, **13** (4): 761-770.
- [10] Nemoto S. Nonparaxial Gaussian beams [J]. *Appl Opt*, 1990, **29** (13): 1 940-1 946.
- [11] Porras M A. Non-paraxial vectorial moment theory of light beam propagation [J]. *Opt Commun*, 1996, **127** (1-3): 79-95.

Transmission characteristics of nonparaxial Gaussian beam

ZHAO Li-hua, CHEN Jun-lang

(Research Institute of Photoelectron, Zhejiang Forestry College, Lin'an 311300, Zhejiang, China)

Abstract: Based on the second order moment of the accurate light intensity at the transverse plane, the Transmission characteristics of nonparaxial Gaussian beam have been investigated. The beam width follows a simple hyperbolic propagation law. The numerical results also show that the propagation factor M^2 of nonparaxial Gaussian beam is a function of the initial Gaussian half width w_0 , and M^2 factor can be smaller than unity as w_0 being smaller than 0.123 times of the wavelength.

Key words: light beam; nonparaxial Gaussian beam; transmission characteristic; initially Gaussian width