

## 山东省森林资源动态变化的非等间距灰色预测

李亦秋<sup>1,2</sup>, 冯仲科<sup>1,3</sup>

(1. 北京林业大学省部共建森林培育与保护教育部重点实验室, 北京 100083; 2. 绵阳师范学院资源环境工程学院, 四川 绵阳 621000; 3. 山东省林业科学研究院, 山东 济南 251014)

**摘要:** 应用灰色系统理论, 以 1974–2007 年山东省森林覆盖率、有林地面积和活立木蓄积量为时间数据序列, 建立非等距灰色预测模型。用模型对山东省森林资源主要指标进行拟合, 拟合误差均在 10% 以下, 拟合精度较高。使用后验差检验方法对模型进行精度等级检验, 求得森林覆盖率、有林地面积和森林蓄积量的后验差检验值分别为 0.15, 0.23 和 0.14, 均小于 0.35, 小误差概率均为 1, 预测精度等级为一级好, 预测的结果可以作为制订山东省未来林业发展计划的依据, 为建立“数字林业”等提供了一种比较理想的预测方法。预测结果表明: 2020 年森林覆盖率为 26.78%, 还达不到 2020 年森林覆盖率达到 30% 以上的生态省建设阶段性目标。因此, 山东省应加快森林资源发展, 稳步提高森林覆盖率, 明显增加森林蓄积量, 提高林分质量, 避免造成森林资源的逆转。表 4 参 15

**关键词:** 森林测计学; 森林资源; 非等间距序列; 灰色模型预测; 山东省

中图分类号: S758.4 文献标志码: A 文章编号: 1000-5692(2009)01-0007-06

## Non-equidistance gray mode forecast of forest resource dynamic changes in Shandong Province

LI Yi-qiu<sup>1,2</sup>, FENG Zhong-ke<sup>1,3</sup>

(1. The Key Laboratory for Silviculture and Conservation of Ministry of Education, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China; 2. School of Resources and Environment, Mianyang Normal College, Mianyang 621000, Sichuan, China; 3. Shandong Forestry Academy, Ji'nan 251014, Shandong, China)

**Abstract:** Non-equidistance grey models of time-series data including forest cover rate, forested area and living trees volume in Shandong Province between 1974–2007 were established based on the Grey Systems Theory. The model fitted well with the main outcomes of forest resource measurement in Shandong Province. The fitting errors were lower than 10 percent. The models had ideal fitting precision. Posterior variance test method was used to test the precision grade of the models. The test results showed that the posterior variance test  $c$  values of forest cover rate, forested area and living trees volume were 0.15, 0.23 and 0.14, which were all lower than 0.35. Small error possibility was 1. The forecast precision of the models reached the “first grade”. The paper provides a more ideal forecast method for constructing “Digital Forestry”. It is a basis for formulating the future development of the forestry program in Shandong Province. The forecast results showed that forest cover rate would be 26.78% in 2020, which was lower than 30%, the phased target of construction of ecology province. Therefore, it is very important to promote the development of forest resource, steadily improve forest cover rate, significantly increase forest volume, improve forest quality, so as to avoid the degeneration of forest resource. [Ch, 4 tab. 15 ref.]

---

收稿日期: 2008-04-08; 修回日期: 2008-06-20

基金项目: 山东省重大科技专项(2006GG1108097-21)

作者简介: 李亦秋, 博士研究生, 从事 3S 技术、农村发展、自然资源开发与利用研究。E-mail: yqiu.li@163.com。

通信作者: 冯仲科, 教授, 博士生导师, 从事精准林业和林业 3S 技术应用等研究。E-mail: fengzhongke@126.com

**Key words:** forest measurement; forest resource; non-equidistance sequence; grey mode forecast; Shandong Province

灰色系统理论<sup>[1]</sup>以“部分信息已知，部分信息未知”的“小样本”“贫信息”不确定性系统为研究对象，主要通过对“部分”已知信息的生成和开发，提取有价值的信息，实现对系统运行行为和演化规律的正确描述和有效监控。灰色系统理论着重研究概率统计、模糊数学所难以解决的“小样本”“贫信息”不确定性问题，并依据信息覆盖，通过序列算子的作用探索事物运动的现实规律<sup>[2]</sup>。灰色系统理论已广泛应用于政治、经济、文化、工业和农业等领域，其预测的精度较高，已取得了预期效果<sup>[3-8]</sup>。在林业上也已有少数学者应用灰色预测法进行森林生长量、森林火灾等方面的预测<sup>[4,9]</sup>。2003年国家环保总局将山东省列为第6个全国生态省建设试点，山东省政府决定在全省发展循环经济，启动生态省建设。在建设生态省的阶段性目标中提到：到2020年，基本解决环境污染和生态破坏问题，森林覆盖率达到30%以上；生态破坏恢复治理率达到60%以上，建立完善的循环经济发展机制和新型经济发展模式，促进经济、社会、环境协调发展，基本形成生态省框架，为最终建成生态省打下良好的基础。根据山东省森林资源主要指标的动态变化的非等距统计特征，本文应用灰色系统理论，以1974—2007年山东省森林覆盖率、有林地面积和活立木蓄积量等为时间数据序列，建立非等距灰色预测模型，对山东省森林资源主要指标进行拟合和动态变化预测，旨在为山东省建设生态省过程中林业发展提供参考依据。

## 1 山东省森林资源发展概况

山东省地处 $34^{\circ}23' \sim 38^{\circ}24'N$ ,  $114^{\circ}48' \sim 122^{\circ}42'E$ , 总面积为15.67万km<sup>2</sup>, 属暖温带半湿润气候，地带性植被为暖温带落叶阔叶林区，历史上的森林以落叶阔叶林为主。随着社会经济的发展、人口的增长和农田的垦辟，山东省的森林不断遭到破坏，立地条件发生变化，森林类型由原来的落叶阔叶林逐步向针阔混交林、针叶林、灌丛、草地和荒地等方向形成逆行演替。新中国成立后，山东省开展了大规模的群众性植树造林活动，使人工林迅速发展，原来的荒坡、草地、灌丛和残次林逐步向针叶林、针阔混交林和落叶阔叶林演替，形成进展演替<sup>[10]</sup>。

山东省森林面积在1949年以前总趋势是直线下降。据历史资料记载分析，公元前2700年，山东省森林面积有700万hm<sup>2</sup>，而到1936年森林面积下降到80万hm<sup>2</sup>，到1949年只有30万hm<sup>2</sup>，降到了历史最低点。新中国成立后，随着山东省国民经济的发展，社会经济建设和人民生活对林产品的需求不断增加，对生态环境改善的要求不断增强。各级政府通过对农业结构的不断调整，扩大了林业用地面积，以满足林业的发展和生态建设的需求，山东省森林资源得到恢复和发展。各类林业用地面积逐年增加，1974—2007年森林覆盖率、有林地面积与活立木总蓄积量统计如表1。

## 2 森林资源变化趋势预测模型建立与分析

### 2.1 非等间距序列的灰色模型原理<sup>[11-14]</sup>

设原始数据 $X^{(0)}$ 为非负序列： $X^{(0)} = \{x^{(0)}(k_1), x^{(0)}(k_2), \dots, x^{(0)}(k_n)\}$ ，其中 $x^{(0)}(k) \geq 0$ ；若间距 $\Delta k$ 不为常数，即该序列为非等间距序列，其中：

**表1 1974—2007年山东省森林覆盖率、有林地面积与活立木总蓄积量统计**

Table 1 Statistics of forest cover rate, forested area and living trees volume from 1974 to 2007 in Shandong

年份	森林覆盖率/%	有林地面积/万 hm <sup>2</sup>	活立木总蓄积/万 m <sup>3</sup>
1974	11.10	132.10	2 292.00
1985	13.38	140.30	4 802.00
1991	17.00	184.60	6 734.00
2000	18.80	227.40	7 659.00
2007	20.68	238.66	8 628.00

数据来源：《山东省森林资源》(2000年)及山东省森林资源第7次连续清查数据。

$$\Delta k = k_i - k_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

对  $X^{(0)}$  作一次累加生成  $X^{(0)}$  的 1-AGO (accumulating generation operator) 序列： $X^{(1)} = \{x^{(1)}(k_1), x^{(1)}(k_2), \dots, x^{(1)}(k_n)\}$ ，其中：

$$x^{(1)}(k_i) = \sum_{j=1}^i x^{(0)}(k_j) \Delta k_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

则按公式(2)构造的一次累加生成序列  $x^{(1)}(k_i)$  有如下白化微分方程：

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u, \quad t \in [0, +\infty). \quad (3)$$

式(3)中： $t$  为时间； $a, u$  为待估参数，分别称为发展灰数和内生控制灰数。

若将(3)式在区间  $[k_i, k_{i+1}]$  上积分，有：

$$\int_{k_i}^{k_{i+1}} dx^{(1)}(t) + a \int_{k_i}^{k_{i+1}} x^{(1)}(t) dt = u \int_{k_i}^{k_{i+1}} d(t), \quad k = 1, 2, \dots, n-1. \quad (4)$$

而  $x^{(1)}(k_i) = \sum_{j=1}^i x^{(0)}(k_j) \Delta k_j$ ，所以  $\int_{k_i}^{k_{i+1}} dx^{(1)}(t) = x^{(1)}(k_{i+1}) - x^{(1)}(k_i) = x^{(0)}(k_{i+1}) \Delta k_{i+1}$ 。

设  $z^{(1)}(k_{i+1})$  是  $x^{(1)}(t)$  在区间  $[k_i, k_{i+1}]$  上的背景值，则有：

$$a \int_{k_i}^{k_{i+1}} x^{(1)}(t) dt = a \int_{k_i}^{k_{i+1}} z^{(1)}(k_{i+1}) dt = az^{(1)}(k_{i+1}) \Delta k_{i+1}.$$

所以： $x^{(0)}(k_{i+1}) = az^{(1)}(k_{i+1}) + u, \quad i = 1, 2, \dots$ 。 (5)

式(5)中  $z^{(1)}(k_{i+1})$  是  $x^{(1)}(k_i), x^{(1)}(k_{i+1})$  两点的平均值：

$$z^{(1)}(k_{i+1}) = \frac{x^{(1)}(k_{i+1}) + x^{(1)}(k_i)}{2}, \quad i = 1, 2, \dots. \quad (6)$$

可利用最小二乘法求参数  $a, u$ 。设：

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(k_2) & 1 \\ -z^{(1)}(k_3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(k_n) & 1 \end{bmatrix}, \quad y_n = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]T, \quad \text{则有：}$$

$$\text{参数辨识 } a, u : \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T y_n. \quad (7)$$

将(7)式代入(3)式并令  $t = k_1$  时， $x^{(1)}(k_1) = x^{(0)}(k_1)$ ，可得：

$$\hat{x}^{(1)}(k_i) = (x^{(0)}(k_1) - \frac{u}{a}) e^{-a(k_i - k_1)} + \frac{u}{a}. \quad (8)$$

又因为： $x^{(1)}(k_{i+1}) - x^{(1)}(k_i) = x^{(0)}(k_{i+1}) \Delta k_{i+1}$ ，所以：

$$\hat{x}^{(0)}(k_{i+1}) = \frac{1}{\Delta k_{i+1}} [\hat{x}^{(1)}(k_{i+1}) - \hat{x}^{(1)}(k_i)] \Delta k_{i+1} = \frac{1}{\Delta k_{i+1}} (1 - e^{a \Delta k_{i+1}}) (x^{(0)}(k_1) - \frac{u}{a}) e^{-a(k_{i+1} - k_1)}. \quad (9)$$

## 2.2 建模步骤

- 根据上述非等间距序列的灰色模型原理，建立非等间距序列的 GM(1, 1) 模型的具体步骤如下：
- ① 算非等间距序列的间隔  $\Delta k_i$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ )；
  - ② 按公式(2)求一次累加生成(1-AGO)序列  $X^{(1)} = \{x^{(1)}(k_1), x^{(1)}(k_2), \dots, x^{(1)}(k_n)\}$ ；
  - ③ 用最小二乘法求生成序列  $x^{(1)}(k_i)$  的白化微分方程中的辨识参数  $a, u$ ；
  - ④ 将参数  $a, u$  代入还原模型式，计算  $x^{(0)}(k_i)$  的估计值  $\hat{x}^{(0)}(k_i)$ 。

## 2.3 森林资源变化趋势预测模型

以 MATLAB 为工具，建立的山东省森林资源变化趋势预测模型如下：

① 森林覆盖率预测模型：

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.016903 \\ 12.645 \end{bmatrix}, \quad \hat{x}^{(1)}(k_i) = 759.19 \times e^{0.016903(k_i - 1974)} - 748.092.$$

②有林地面积预测模型:

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.020\ 83 \\ 132.100 \end{bmatrix}, \hat{x}^{(1)}(k_i) = 6\ 473.31 \times e^{0.020\ 830(k_i - 1\ 974)} - 6\ 341.210.$$

③活立木蓄积量预测模型:

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.022\ 050 \\ 4\ 592.500 \end{bmatrix}, \hat{x}^{(1)}(k_i) = 210\ 540.31 \times e^{0.022\ 053(k_i - 1\ 974)} - 208\ 248.310.$$

森林资源变化趋势预测模型拟合误差  $\varepsilon(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$  的结果如表 2, 拟合相对误差  $\delta = \frac{\varepsilon(k)}{x^{(0)}(k)} \times 100\%$  均在 10% 以下, 有较高的拟合精度, 能够满足林业规划决策的需要。

表 2 拟合值与实际值的相对误差一览

Table 2 Relative error of fitting values and true values

年份	森林覆盖率/%			有林地面积/万 hm <sup>2</sup>			活立木总蓄积/万 m <sup>3</sup>		
	实际值	估计值	相对误差/%	实际值	估计值	相对误差/%	实际值	估计值	相对误差/%
1974	11.10	11.10	0.00	132.10	132.10	0.00	2 292.00	2 292.00	0.00
1985	13.38	14.10	-5.40	140.30	151.55	-8.02	4 802.00	5 254.65	-9.43
1991	17.00	16.27	4.32	184.60	180.63	2.15	6 734.00	6 327.10	6.04
2000	18.80	18.47	1.73	227.40	211.35	7.06	7 659.00	7 471.91	2.44
2007	20.68	21.14	-2.23	238.66	249.54	-4.56	8 628.00	8 907.80	-3.25

## 2.4 模型精度检验

2.4.1 模型精度检验方法 灰色系统理论一般采用 3 种方式检验来判断模型的精度<sup>[15]</sup>, 检验的方法有残差检验、关联度检验和后验差检验。在本文中采取后验差检验。首先, 计算原始数列  $x^{(0)}(k_i)$  的均方差(标准差) $\sigma_0$ , 其定义为:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{S_0^2}{n-1}}, S_0^2 = \sum_{i=1}^n [x^{(0)}(k_i) - \bar{x}^{(0)}]^2, \bar{x}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(k_i).$$

然后计算残差数列  $\varepsilon^{(0)}(k_i) = x^{(0)}(k_i) - \hat{x}^{(0)}(k_i)$  的均方差  $\sigma_1$ , 其定义为:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{S_1^2}{n-1}}, S_1^2 = \sum_{i=1}^n [\varepsilon^{(0)}(k_i) - \bar{\varepsilon}^{(0)}]^2, \bar{\varepsilon}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon^{(0)}(k_i).$$

由此计算均方差比:  $c = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$  和小误差概率:  $P = \{|\varepsilon^{(0)}(k_i) - \bar{\varepsilon}^{(0)}| < 0.674\ 5 \cdot \sigma_0\}$ 。

对于给定的  $c_0$ , 当  $c < c_0$  时, 称模型为均方差合格模型; 对于给定的  $P_0$ , 当  $P > P_0$  时, 称模型为小误差概率合格模型。最后根据预测精度等级划分表(表 3), 检验得出模型的预测精度。如果检验合格, 则可以用模型进行预测。

2.4.2 模型精度检验结果 按照后验差检验方法, 求得森林覆盖率的后验差检验  $c = 0.15 < 0.35$ , 小误差概率  $P = 1$ , 预测精度等级为好; 有林地的后验差检验  $c = 0.23 < 0.35$ , 小误差概率  $P = 1$ , 预测精度等级为好; 森林蓄积量的后验差检验  $c = 0.14 < 0.35$ , 小误差概率  $P = 1$ , 预测精度等级为一级好。

## 2.5 森林资源变化动态预测

研究表明: 当  $-a \leqslant 0.3$  时, GM(1, 1)可用于中长期预测<sup>[2]</sup>。利用建立的模型, 得到山东省 2010 年、2015 年和 2020 年的森林覆盖率预测值、有林地面积预测值和森林蓄积量预测值如表 4。

表 3 预测精度等级划分

Table 3 Forecast precision grade table

小误差概率 $P$ 值	方差比 $c$ 值	预测精度等级
>0.95	<0.35	一级好(I)
>0.80	<0.50	二级合格(II)
>0.70	<0.65	三级勉强(III)
≤0.70	≥0.65	四级不合格(IV)

## 2.6 预测结果讨论与分析

根据模型对森林资源变化动态预测的结果来看, 按照已有历史数据预测的 2020 年森林覆盖率为 26.78%, 按照目前的发展规律, 还达不到 2020 年森林覆盖率达到 30% 以上的生态省建设阶段性目标。这在一定程度上说明在今后的林业发展规划中, 山东省应该加大林业投入, 加快发展林业产业; 另一方面也应该科学辩证地看待模型预测的结果数据。事实上, 在任何一个灰色系统的发展过程中, 随着时间的推移, 将会不断的有一些随机扰动或驱动因素进入系统, 使系统的发展相继地受其影响。一般说来, 越往未来发展, 越是远离时间原点, 模型的预测意义就越弱<sup>[2]</sup>。在实际应用中, 随着系统的发展, 老数据的信息意义将逐步降低, 在不断补充新信息的同时, 及时地去掉老信息, 建模序列更能反映系统在目前的特征。尤其是系统随着量变的积累, 发生质的飞跃或突变时, 与过去的系统相比, 已是面目全非。去掉已根本不可能反映系统目前特征的老数据, 显然是合理的。这样逐个滚动预测, 依次递补, 对森林资源变化动态的预测就可以得到更为精确的结果, 也才能更好地指导林业生产实践。

## 3 结语

本研究根据山东省森林资源主要指标的动态变化的非等距统计特征, 以 1974 – 2007 年山东省森林覆盖率、有林地面积和活立木蓄积量为时间数据序列, 建立非等距灰色预测模型, 对山东省森林资源主要指标进行拟合和动态变化预测, 经后验差检验方法对模型进行精度等级检验, 预测精度等级为一级好。预测结果表明: 2020 年森林覆盖率为 26.78%, 还达不到 2020 年森林覆盖率达到 30% 以上的生态省建设阶段性目标。因此, 山东省应加快森林资源发展, 坚持把森林资源培育放在各项林业工作的首位: 加大政府投入和支持力度; 稳定林产品价格市场, 提高社会造林积极性; 强化山区林业生态体系建设, 加快荒山宜林地造林和疏林地改造步伐; 实施科学营(造)林, 明显增加森林蓄积量; 加强森林资源管护和监测力度, 有效控制森林资源消耗和病虫害、林火等自然灾害, 避免造成森林资源的逆转。

## 参考文献:

- [1] 邓聚龙. 灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1987: 12 – 14.
- [2] 刘思峰, 党耀国, 方志耕, 等. 灰色系统理论及其应用[M]. 3 版. 北京: 科学出版社, 2004.
- [3] 王钟羨, 吴春笃, 史雪荣. 非等间距序列的灰色模型[J]. 数学的实践与认识, 2003, 33 (10): 16 – 19.  
WANG Zhongxian, WU Chundu, SHI Xuerong. A gray mold for non-equidistant sequence [J]. *Math Pract & Theory*, 2003, 33 (10): 16 – 19.
- [4] 傅泽强, 孙启宏, 蔡运龙, 等. 基于灰色系统理论的森林火灾预测模型研究[J]. 林业科学, 2002, 38 (5): 95 – 100.  
FU Zeqiang, SUN Qihong, CAI Yunlong, et al. Research on forecasting model of forest fire based on grey-system theory [J]. *Sci Silv Sin*, 2002, 38 (5): 95 – 100.
- [5] 李帅, 何清, 李祥余, 等. 阿勒泰地区近 40 a 气温变化分析及其灰色预测[J]. 干旱区资源与环境, 2007, 21 (7): 92 – 95.  
LI Shuai, HE Qing, LI Xiangyu, et al. Research on temperature changes of Altai region in recent 40 years and the grey forecasting [J]. *J Arid Land Resour Environ*, 2007, 21 (7): 92 – 95.
- [6] 李振全, 徐建新, 邹向涛, 等. 灰色系统理论在农业需水量预测中的应用[J]. 中国农村水利水电, 2005 (11): 24 – 26.  
LI Zhenquan, XU Jianxin, ZOU Xiangtao, et al. Application of grey system theory in agricultural water demand forecasting [J]. *Chin Rural Water Conserv Hydropower*, 2005 (11): 24 – 26.
- [7] 马海涛, 陈琳, 路正南. 基于灰色理论的中国房地产价格指数预测[J]. 统计与决策, 2007 (19): 117 – 118.  
MA Haitao, CHEN Lin, LU Zhengnan. Real estate price index forecasting based on grey system theory [J]. *Stat & Decis*,

表 4 森林资源变化动态预测数据

Table 4 Forecast of forest resource dynamic change

年份	森林覆盖率/%	有林地面积/万 hm <sup>2</sup>	活立木总蓄积/万 m <sup>3</sup>
2010	22.99	276.73	9 938.16
2015	24.61	300.86	10 858.17
2020	26.78	333.89	12 123.95

- 2007 (19): 117 - 118.
- [8] 田勇臣, 刘少刚, 赵刚, 等. 森林火灾蔓延多模型预测系统研究[J]. 北京林业大学学报, 2007, **29** (4): 50 - 53.  
TIAN Yongchen, LIU Shaogang, ZHAO Gang, et al. Multi-model forecasting system of forest fire spreading based on deductive database [J]. *J Beijing For Univ*, 2007, **29** (4): 50 - 53.
- [9] 马友平, 冯仲科, 何友均. 日本落叶松人工林生长量的灰色-马尔柯夫预测 [J]. 福建林学院学报, 2007, **27** (2): 151 - 156.  
MA Youping, FENG Zhongke, HE Youjun. Grey-Markov forecasting on the growth of *Larix kaempferi* plantation [J]. *J Fujian Coll For*, 2007, **27** (2): 151 - 156.
- [10] 孙传庆, 石效贵, 陈景和, 等. 山东省森林资源(2000年)[R]. 济南: 山东省林业监测规划院, 2001: 76 - 88.
- [11] 郑艳琳, 刘保东. 非等间距 GM(1, 1)模型的模糊优化[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2004, **23** (12): 75 - 77.  
ZHENG Yanlin, LIU Baodong. Fuzzy optimization of non-equidistance GM (1, 1) model [J]. *J Shandong Univ Sci Technol Nat Sci*, 2004, **23** (12): 75 - 77.
- [12] 陈勇. 非等间距序列的灰色模型的程序实现[J]. 商洛师范专科学校学报, 2005, **19** (2): 21 - 22.  
CHEN Yong. Program implementation of grey model non-equidistance sequence [J]. *J Shangluo Teach Coll*, 2005, **19** (2): 21 - 22.
- [13] 王丰效. 多变量非等间距 GM(1, m)模型及其应用[J]. 系统工程与电子技术, 2007, **29** (3): 388 - 390.  
WANG Fengxiao. Multivariable non-equidistance GM(1, m) model and its application [J]. *Syst Eng & Electron*, 2007, **29** (3): 388 - 390.
- [14] 戴文战, 李俊峰. 非等间距 GM(1, 1)模型建模研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005 (9): 89 - 93.  
DAI Wenzhan, LI Junfeng. Modeling research on non-equidistance GM (1, 1) Model [J]. *Syst Eng-Theory & Pract*, 2005 (9): 89 - 93.
- [15] 李学伟, 关忠良, 陈景艳. 经济数据分析预测学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1998: 10 - 15.