

文章编号: 1000-5692(2002)02-0198-04

## 2类典型偏振光束的非傍轴传输因子

周国泉

(浙江林学院 基础部, 浙江 临安 311300)

**摘要:** 运用非傍轴矢量矩理论, 对2类典型的偏振光束在非傍轴传输时的光束传输因子作了理论分析与数值计算。结果表明, 在满足适当的条件时, 光束传输因子可以小于1, 并且当这2类偏振光束的二阶矩束腰相同且小于0.54个波长时, 存在相同的光束传输因子。该研究结果有助于加深对半导体激光束传输特性的认识。图3 参9

**关键词:** 光束传输因子; 偏振光束; 非傍轴; 二阶矩

中图分类号: TN249 文献标识码: A

光束传输因子 $M^2$ 是国标标准组织(ISO)用来表征激光束质量和传输变换特性的参数<sup>[1]</sup>。大量文献报道认为, 对于傍轴光束, 存在 $M^2 \geq 1$ 的结论<sup>[2~3]</sup>; 对于非傍轴光束,  $M^2$ 因子存在一个只能无限趋近, 却永远都不可能达到的下限<sup>[4]</sup>。但是, 近年来实验上相继涌现了 $M^2 < 1$ 的激光束, 如有源区尺寸很薄的量子阱半导体激光器激射的激光束<sup>[5]</sup>。同时在理论上, 无论由光束传输的矢量矩理论<sup>[6]</sup>, 还是标量矩理论<sup>[7]</sup>, 都可得出 $M^2$ 可以小于1。本文针对文献[6]中2类典型的偏振光束进行了理论分析和数值计算, 给出了这2类偏振光束非傍轴传输时的光束传输因子 $M^2$ 小于1的条件。同时, 研究结果揭示了它们具有一些相同的规律。

### 1 理论分析

假设一偏振光束向 $z \geq 0$ 的半空间非傍轴传输, 在这半空间里充满了各向同性的介电常数为 $\epsilon$ 和磁导率为 $\mu$ 的介质。偏振光束的电场在 $y$ 方向的分量 $E_y(x, z, t)$ 不为零, 并与笛卡尔坐标分量 $y$ 无关, 则磁场存在不为零的 $x$ 和 $z$ 方向分量。若电场随时间变化满足:

$$E_y(x, z, t) = E_y(x, z) \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

式中:  $\omega$ 是圆频率, 不含时间的 $E_y(x, z)$ 由以下2式决定:

$$E_y(x, z) = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_0 \exp(ik\gamma) \exp(ik\alpha x) d\alpha, \quad (2)$$

$$\tilde{E}_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} E_y(x, 0) \exp(-ik\alpha x) dx. \quad (3)$$

式中: 波矢 $k=2\pi/\lambda$ ,  $\gamma=\sqrt{1-\alpha^2}$ ,  $\lambda$ 为波长,  $E_y(x, 0)$ 为偏振光束的初始场分布。 $\alpha < 1$ 的值对应于和 $z$ 轴成角 $\arcsin\alpha$ 传输的均匀波, 而 $\alpha > 1$ 的值对应于倏逝波。

偏振光束的时间平均的坡印亭矢量在 $z$ 方向上的分量为:

$$\langle S_z(x, z) \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ E_y(x, z) \times H_x^* (x, z) \}, \quad (4)$$

式中:  $\text{Re}$  表示取实部, 星号表示取复共轭, 而  $H_x(x, z) = \frac{i}{\omega^2} \frac{\partial E_y(x, z)}{\partial z}$ 。则偏振光束通过任一  $z$  为常数的平面的总功率为:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} \langle S_z(x, z) \rangle dx = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{\lambda} \int_{-1}^{1} |\tilde{E}_0|^2 \gamma d\alpha. \quad (5)$$

根据 ISO 的标准定义<sup>[1]</sup>, 偏振光束的半宽度  $W_x(z)$  是由光束功率的二阶矩表征:

$$W_x^2(z) = 4 \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 \langle S_z(x, z) \rangle dx / P, \quad (6)$$

式中:

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \langle S_z(x, z) \rangle dx / P. \quad (7)$$

若选取  $z=0$  的平面作为参考面, 则偏振光束的半宽度  $W_x(0)$  随  $z$  的变化满足双曲线传输规律:

$$W_x^2(z) = W_x^2(0) + 2z \frac{W_x^2(0)}{R_x(0)} + z^2 \tan^2 \theta_x, \quad (8)$$

式中: 束腰  $W_x(0)$ 、远场发散角  $\theta_x$  和曲率  $1/R_x(0)$  分别由以下 3 式决定:

$$W_x^2(0) = \frac{\lambda^2 \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_0 \frac{\partial^2 \tilde{E}_0^*}{\partial \alpha^2} \gamma d\alpha \right\}}{\pi^2 \int_{-1}^1 |\tilde{E}_0|^2 \gamma d\alpha}; \quad (9)$$

$$\tan^2 \theta_x = \frac{4 \int_{-1}^1 |\tilde{E}_0|^2 \frac{\alpha^2}{\gamma} d\alpha}{\int_{-1}^1 |\tilde{E}_0|^2 \gamma d\alpha}; \quad (10)$$

$$\frac{W_x^2(0)}{R_x(0)} = \frac{2 \lambda \text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}_0 \frac{\partial \tilde{E}_0^*}{\partial \alpha} \alpha d\alpha \right\}}{\pi \int_{-1}^1 |\tilde{E}_0|^2 \gamma d\alpha} \quad (11)$$

式中:  $\text{Im}$  表示取虚部。所以, 偏振光束非傍轴传输时的光束传输因子  $M^2$  为:

$$M^2 = \pi W_x(0) \tan \theta_x / \lambda. \quad (12)$$

## 2 计算结果与分析

**2.1 初始场分布为高斯型的偏振光束**  
设偏振光束的初始场分布呈高斯型  $E_y(x, 0) = A_0 \exp(-x^2/w_0^2)$ , 其中  $A_0$  为任意实数, 而  $w_0$  是初始高斯半宽度。则  $\tilde{E}_0 = A_0 \sqrt{\pi} \exp(-\pi^2 w_0^2 \alpha^2 / \lambda^2) / w_0$ 。图 1 给出了偏振光束的光束传输因子  $M^2$ 、束腰  $W_x(0)$  和远场发散角  $\theta_x$  与初始高斯半宽度  $w_0$  的变化关系。

由图 1 可知, 当初始高斯半宽度  $w_0 = 0.1265 \lambda$  时, 束腰  $W_x(0) = 0.1722 \lambda$ , 远场发散角  $\theta_x = 61.58^\circ$ , 光束传输因子  $M^2 = 0.9998$ ; 当  $w_0$  小于  $0.1265 \lambda$  时,  $M^2$  小于  $0.9998$ , 且当  $w_0$  趋向于零时,  $M^2$  也趋向于零, 而  $\theta_x$  趋向于最大值  $64.43^\circ$ ; 当  $w_0 = 0.2900 \lambda$  时,  $M^2$  取得最大值  $1.4630$ 。此时  $W_x(0) = 0.3487 \lambda$ ,  $\theta_x = 53.18^\circ$ ; 当  $w_0$  大于  $2.5000 \lambda$  时,  $M^2$  趋向于 1 并且只能无限趋近于 1, 而不能精确达到 1。

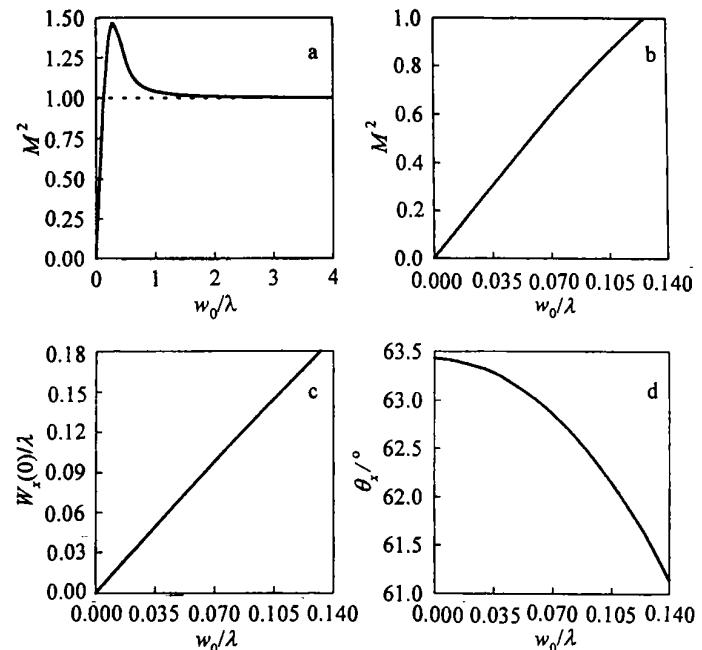


图 1 光束传输因子  $M^2$ 、束腰  $W_x(0)$  和远场发散角  $\theta_x$  与初始高斯半宽度  $w_0$  的变化关系

Figure 1 Beam propagation factor  $M^2$ , beam waist  $W_x(0)$  and far-field divergence angle  $\theta_x$  as functions of the initially Gaussian half width  $w_0$

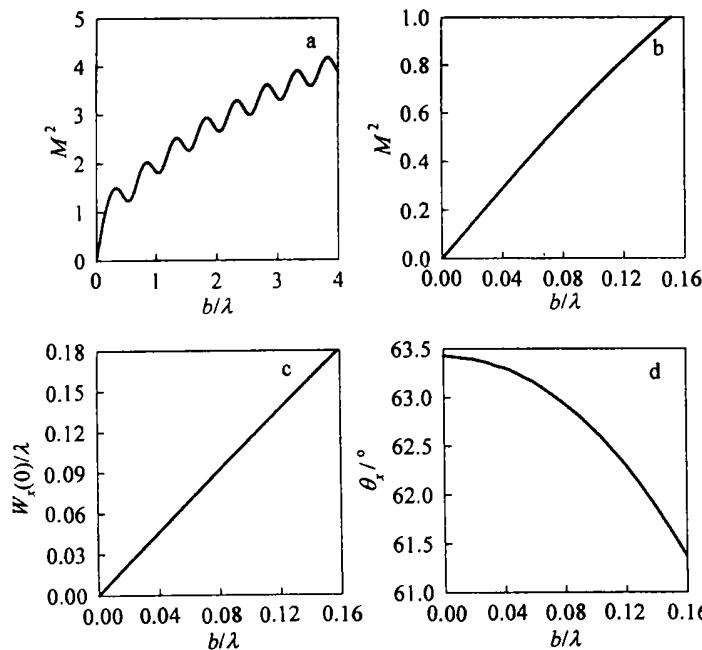


图2 光束传输因子  $M^2$ 、束腰  $W_x(0)$  和远场发散角  $\theta_x$  与均匀截取半宽度  $b$  的变化关系

Figure 2 Beam propagation factor  $M^2$ , beam waist  $W_x(0)$  and far field divergence angle  $\theta_x$  as functions of the uniform truncated half width  $b$

的远场发散角和光束传输因子。这2类偏振光束的光束传输因子  $M^2$  与束腰  $W_x(0)$  的变化关系见图3。

### 3 结论

以上分析表明, 初始场分布为高斯型和初始场分布为均匀截取的偏振光束在非傍轴传输时, 在满足一定的条件下, 其光束传输因子可以小于1。尽管这两类偏振光束的初始场分布和实现其光束传输因子小于1的条件是不同的, 但当它们的二阶矩束腰小于0.54个波长时, 却存在一定的规律: 有相同的束腰, 必有相同的光束传输因子; 反之亦然。这一理论研究结果, 有助于深化对半导体激光束传输特性<sup>[8~9]</sup>的认识。

### 参考文献:

- [1] ISO/TC172/SC9/WG1, ISO/DIS11146, Terminology and test methods for lasers [S], 1995.
- [2] Siegman A E. New development in laser resonance [J]. Proc SPIE, 1990, 1224: 2~14.
- [3] 陈培锋, 丘军林. 各种实际光束的  $M^2$  参数特性比较 [J]. 中国激光, 1995, 22(2): 139~143.
- [4] 曹清, 邓锡铭. 非傍轴光束的光束质量因子(II 特性分析) [J]. 光学学报, 1996, 16(10): 1345~1349.
- [5] 王绍民, 赵道木, 吕章德等. 量子阱半导体激光器的光束质量 [J]. 光子学报, 2001, 30(4): 483~486.
- [6] Porras M A. Non-paraxial vectorial moment theory of light beam propagation [J]. Opt Commun, 1996, 127(1~3): 79~95.
- [7] Porras M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams [J]. Optik, 1999, 110(9): 417~420.
- [8] 周国泉, 吕章德, 王绍民. GaN/P/AlGaN/P 应变多量子阱激光器垂直于结方向上的光束质量研究 [J]. 中国激光, 2001, 28(7): 583~586.

### 2.2 初始场分布为均匀截取的偏振光束

设偏振光束的初始场分布为  $E_y(x, 0) = \begin{cases} C_0 |x| < b \\ 0 & |x| > b \end{cases}$ , 其中  $C_0$  为实常数,  $b$  为均匀截取半宽度。则  $\tilde{E}_y = C_0 2 \sin(kb\alpha) / (k\alpha)$ 。光束传输因子  $M^2$ 、束腰  $W_x(0)$  和远场发散角  $\theta_x$  与均匀截取半宽度  $b$  的变化关系见图2。

由图2可知, 当均匀截取半宽度  $b = 0.1515\lambda$  时,  $M^2 = 0.9998$ , 对应的束腰  $W_x(0) = 0.1722\lambda$ , 远场发散角  $\theta_x = 61.58^\circ$ ; 当  $b$  小于  $0.1515\lambda$  时,  $M^2$  小于  $0.9998$ , 且当  $b$  趋向于零时,  $M^2$  趋向于零, 而  $\theta_x$  趋向于最大值  $63.43^\circ$ ; 当  $b$  大于  $0.1515\lambda$  时,  $M^2$  呈振荡增长。

尽管以上所讨论的这2类偏振光束初始场分布不相同, 但当它们的二阶矩束腰相同且小于  $0.54\lambda$  时, 有相同

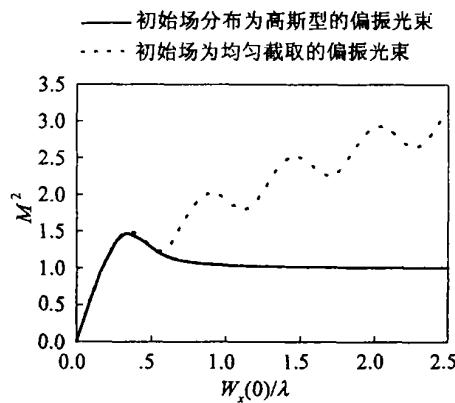


图3 光束传输因子  $M^2$  与束腰  $W_x(0)$  的变化关系

Figure 3 Variable relationship between beam propagation factor  $M^2$  and beam waist  $W_x(0)$

[9] Zhou G Q, Zhao D M, Xu J X, Semiconductor laser with beam quality factor  $M^2 < 1$  [J]. *Opt Commun*, 2001, 187 (4–6): 395–399.

## Nonparaxial propagation factors of two typical polarized light beams

ZHOU Guo-quan

(Department of Basic Science, Zhejiang Forestry College, Lin'an 311300 Zhejiang, China)

**Abstract:** The nonparaxial propagation factors of two typical polarized light beams are analyzed and calculated by using nonparaxial vectorial moment theory in this paper. It is shown that under proper conditions, the beam propagation factors can be smaller than 1. If their second-order moment beam waists are identical and smaller than 0.54 times of wavelength, the beam propagation factors are identical. This research is useful to understand propagating characteristics of semiconductor laser beams.

**Key words:** beam propagation factor; polarized light beam; nonparaxial; second-order moment

## 2001版《中国科技期刊引证报告》中浙江版期刊总被引频次和影响因子

| 期刊名称           | 总被引频次 | 排名 | 期刊名称           | 影响因子  | 排名 |
|----------------|-------|----|----------------|-------|----|
| 水处理技术          | 345   | 1  | 中国水稻科学         | 0.679 | 1  |
| 中国水稻科学         | 300   | 2  | 水处理技术          | 0.435 | 2  |
| 环境污染与防治        | 263   | 3  | 环境污染与防治        | 0.421 | 3  |
| 浙江大学学报农业与生命科学版 | 236   | 4  | 茶叶科学           | 0.417 | 4  |
| 浙江林学院学报        | 183   | 5  | 材料科学与工程        | 0.301 | 5  |
| 材料科学与工程        | 179   | 6  | 高校化学工程学报       | 0.241 | 6  |
| 浙江大学学报工学版      | 138   | 7  | 浙江林学院学报        | 0.240 | 7  |
| 竹子研究汇刊         | 136   | 8  | 高校应用数学学报       | 0.231 | 8  |
| 高校化学工程学报       | 123   | 9  | 竹子研究汇刊         | 0.216 | 9  |
| 茶叶科学           | 112   | 10 | 浙江大学学报农业与生命科学版 | 0.197 | 10 |
| 高校应用数学学报       | 110   | 11 | 化学反应工程与工艺      | 0.177 | 11 |
| 化学反应工程与工艺      | 109   | 12 | 浙江工业大学学报       | 0.152 | 12 |
| 浙江林业科技         | 105   | 13 | 东海海洋           | 0.146 | 13 |
| 丝绸             | 98    | 14 | 浙江大学学报工学版      | 0.127 | 14 |
| 浙江大学学报理学版      | 88    | 15 | 浙江海洋学院学报       | 0.120 | 15 |
| 浙江农业科学         | 87    | 16 | 浙江林业科技         | 0.109 | 16 |
| 浙江大学学报医学版      | 83    | 17 | 浙江农业学报         | 0.084 | 17 |
| 浙江中医学院学报       | 78    | 18 | 丝绸             | 0.082 | 18 |
| 浙江农业学报         | 74    | 19 | 浙江工程学院学报       | 0.082 | 18 |
| 东海海洋           | 69    | 20 | 浙江中医学院学报       | 0.075 | 20 |
| 浙江海洋学院学报       | 69    | 20 | 浙江大学学报医学版      | 0.068 | 21 |
| 科技通报           | 44    | 22 | 浙江大学学报理学版      | 0.067 | 22 |
| 浙江工业大学学报       | 39    | 23 | 科技通报           | 0.062 | 23 |
| 深冷技术           | 34    | 24 | 浙江农业科学         | 0.061 | 24 |
| 浙江工程学院学报       | 21    | 25 | 浙江师大学报         | 0.059 | 25 |
| 浙江师大学报         | 20    | 26 | 深冷技术           | 0.055 | 26 |