浙江林学院学报 2002，19(3)：306～311
Journal of Zhejiang Forestry College

文章编号：1000-5692(2002)03-0306-06

利用人字映射产生均匀随机数法

管 宇，徐群芳

（浙江林学院 基础部，浙江 临安 311300）

摘要：利用迭代 $x_{n+1}=5^c/2-|2x_n-5^c/2|$，（$c\in Z^+$）在区间 $[1,\ 2\times 5^{c-1}]$ 上产生伪随机数 $y_{n+1}=x_{n+1}-[x_{n+1}/5]$（$n=0,\ 1,\ \cdots,\ N-1$）。证明：初值 x_0 只要不取5的倍数，就可产生周期为 $2\times 5^{c-1}$的伪随机数。并通过参数检验、Pearson χ^2 检验与 Kolmogorov 检验、自相关性检验、列联表检验和 k 重量法检验。图1表2参5

关键词：随机数；人字映射；迭代；统计检验

中图分类号：O242.2　　**文献标识码**：A

均匀随机数（以下简称随机数）的产生是随机模拟蒙特卡罗（Monter-Carlo）方法和算法的基础。在计算机上产生随机数的方法，大致可分为3类[1,2]：随机数表法、物理随机数发生器法和数学方法。目前使用最广发展最快的是数学方法：选取适宜的数学递推公式，利用计算程序，直接进行算术运算或逻辑运算，产生伪随机数。产生随机数的数学方法很多，使用最多的是线性同余法。但线性同余序列具有高维稀疏网格结构的缺陷[3]。周燕等[4]利用逻辑斯谛映射和满抛物线映射产生随机数，但初值选取要求较高，并且何时进入周期循环无法预知。

1 迭代 $x_{n+1}=1-2|x_n-0.5|$ 产生的数集

设递推公式（$n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ x_n\in[0,\ 1]$）：

$$x_{n+1}=1-2|x_n-0.5|=\begin{cases}2x_n & 0\leqslant x_n\leqslant 0.5\\ 2-2x_n & 0.5\leqslant x_n\leqslant 1,\end{cases} \tag{1}$$

迭代 k 次后，

$$x_{n+k}=(-1)^m\left\{2^k x_n-2\left[\frac{m+1}{2}\right]\right\}。\tag{2}$$

其中 $m\leqslant 2^k x_n\leqslant m+1$（$m=0,\ 1,\ \cdots,\ 2^k-1$），$\left[\frac{m+1}{2}\right]$ 为$\frac{m+1}{2}$取整（注：该文中的中括号除闭区间记号外均表取整）。

式（1）就是有名的混沌映射中的“人字映射”或称“帐篷映射”，它的非周期轨道点的分布密度函数[5]：$\rho(x)=1,\ x\in(0,\ 1)$，即为均匀分布。现在我们要利用它的周期轨道产生随机数。

定义1 如果从某次迭代开始，x_i 进入 t 个数字周而复始、无限重复的状态，则称之为周期 t 轨道。周期1轨道也称不动点。

定理1 迭代（1）只有2个不动点 $x_1^*=0,\ x_2^*=2/3$。

收稿日期：2001-12-24；修回日期：2002-03-04

作者简介：管宇（1964－），男，浙江台州人，讲师，从事概率统计研究。

证明　由方程 $x=1-2|x-0.5|$，解得只有 2 个根 $x_1^*=0$，$x_2^*=2/3$。

不难知：当且仅当初值 x_0 取形如$\frac{p}{2^q}$的既约分数时，迭代 $q+1$ 次后，$x_{q+1}=0$；当且仅当初值 x_0 取形如$\frac{p}{3\times 2^q}$的既约分数时，迭代 $q+1$ 次后，$x_{q+1}=2/3$。

定理 2　对于固定的正整数 c，所有形如$\frac{2b}{5^c}$的既约分数构成迭代（1）的周期 $2\times 5^{c-1}$的轨道。

证明：设 G_c 表示所有形如$\frac{2b}{5^c}$的既约分数构成的集合，G_c 中的元素个数为：$\frac{1}{2}(5^c-1)-\frac{1}{2}(5^{c-1}-1)=2\times 5^{c-1}$。既约分数$\frac{2b}{5^c}$经任何有限次迭代后，仍然为 G_c 的元素，而 G_c 中的元素个数有限，所以 G_c 及其子集均为迭代（1）的周期轨道。

初设值 $x_0=\frac{2b}{5^c}$（既约分数），经 k_b 次迭代首次回到$\frac{2b}{5^c}$。则存在正整数 m_b，使得$\frac{2b}{5^c}=(-1)^{m_b}\left\{2^{k_b}\frac{2b}{5^c}-2\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\right\}$，即$\frac{2b}{5^c}=2\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\div\{2^{k_b}-(-1)^{m_b}\}$。从而得 $b\mid\left[\frac{m_b+1}{2}\right]$ 和 $5^c\mid\{2^{k_b}-(-1)^{m_b}\}$。又，$\frac{2}{5^c}=2\left[\frac{m_1+1}{2}\right]\div\{2^{k_1}-(-1)^{m_1}\}$，则：

$$2\left[\frac{m_1+1}{2}\right]b\div\{2^{k_1}-(-1)^{m_1}\}=2\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\div\{2^{k_b}-(-1)^{m_b}\}\tag{3}$$

$\because m_1\leqslant\frac{2}{5^c}\leqslant m_1+1$，$\therefore m_1b\leqslant\frac{2b}{5^c}\leqslant(m_1+1)b$；又 $\because m_b\leqslant\frac{2b}{5^c}\leqslant m_b+1$，$\therefore m_1b\leqslant m_b\leqslant m_b+1\leqslant(m_1+1)b$，$\therefore\left[\frac{m_1b+1}{2}\right]\leqslant\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\leqslant\left[\frac{(m_1+1)b}{2}\right]$。

又 $\because\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\leqslant\left[\frac{(m_1+1)b}{2}\right]\leqslant\left[\left[\frac{m_1+1}{2}\right]b+\frac{b}{2}\right]\leqslant\left[\frac{m_1+1}{2}\right]b+\frac{b}{2}$，$\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\geqslant\left[\frac{m_1b+1}{2}\right]=\left[\frac{m_1+1}{2}b-\frac{b-1}{2}\right]\geqslant\left[\frac{m_1+1}{2}b\right]-\frac{b-1}{2}\geqslant\left[\frac{m_1+1}{2}\right]b-\frac{b-1}{2}$，$\therefore\left|\left[\frac{m_1+1}{2}\right]b-\left[\frac{m_b+1}{2}\right]\right|\leqslant\frac{b}{2}$，$\therefore\left[\frac{m_1+1}{2}\right]b=\left[\frac{m_b+1}{2}\right]$。由式（3）进一步有 $2^{k_b}-(-1)^{m_b}=2^{k_1}-(-1)^{m_1}$，则 $k_b=k_1$ 及 m_b 与 m_1 奇偶性一致。也就是说 G_c 中所有元素周期一样，即 $k_b|2\times 5^{c-1}$。下面证明 $k_b=2\times 5^{c-1}$。

（Ⅰ）若 $k_b=2\times 5^\alpha$（其中 $\alpha<c-1$），$\because 2^{2\times 5^\alpha}=(5-1)^{5\alpha}=5^{5\alpha}-5^\alpha\times 5^{5\alpha-1}+\cdots-\frac{5^\alpha(5^\alpha-1)}{2}5^2+5^\alpha\times 5^1-1$，$\therefore 5^c\nmid(2^{2\times 5^\alpha}\pm 1)$，矛盾。结合前面 $5^c\mid\{2^{k_b}-(-1)^{m_b}\}$，得：$m_b$ 必为奇数。即 $5^c\mid(2^{2\times 5^{c-1}}+1)$，而 $5^c\nmid(2^{2\times 5^{c-1}}-1)$。

（Ⅱ）若 $k_b=5^\alpha$（其中 $\alpha\leqslant c-1$），$\because 5^c\nmid(2^{2\times 5^\alpha}-1)$，$\therefore 5^c\nmid(2^{5\alpha}-1)$，矛盾。综上所述，必有 $k_b=2\times 5^{c-1}$。

定理 3　（0，1）区间上的 c 位小数 $0.a_1a_2\cdots a_c$，其中 $a_c\neq 0$，①当 $a_c\neq 5$ 时，经 c 次迭代后进入周期轨道G_c；②当 $a_c=5$ 时，若整数 $a_1a_2\cdots a_c$ 被 5^a 整除但不能被 5^{a+1} 整除（其中 $1<a<c$，$a\in Z^+$），则经 c 次迭代后进入周期轨道 G_{c-a}。

证明　化小数为分数：$0.a_1a_2\cdots a_c=\frac{a_1\times 10^{c-1}+a_2\times 10^{c-2}+\cdots+a_c}{2^c\times 5^c}$。

由式（2）知，经 c 次迭代后变为分数$\frac{2h}{5c}$（$h<5^c$）。当 $a_c\neq 5$ 时，$\frac{2h}{5^c}$为既约分数，即$\frac{2h}{5^c}\in G_c$；

当 $a_c=5$ 时，若整数 $a_1a_2\cdots a_c$ 被 5^a 整除但不能被 a^{c+1} 整除，$\frac{2h}{5^c}=\frac{2s\times 5^a}{5^c}=\frac{2s}{5^{c-a}}\in G_{c-a}$。

用$\frac{5^c}{2}$乘以 G_c 中所有数，得正整数集 $H_c=\{n|1\leqslant n\leqslant 0.5(5^c-1)|,\ 5\nmid n,\ n\in Z^+\}$。设递推公式（$n=0, 1, 2, \cdots$，$x_n\in[1, 0.5(5^c-1)]$）：

$$x_{n+1}=\frac{5^c}{2}-\left|2x_n-\frac{5^c}{2}\right|=\begin{cases}2x_n & 0<x_n<0.25\times 5^c\\ 5^c-2x_n & 0.25\times 5^c<x_n<0.5\times 5^c\text{。}\end{cases} \tag{4}$$

由定理 2 和定理 3 易得：

定理 4 设初值 x_0，当 $5\nmid x_0$ 时，迭代式（4）进入周期 $2\times 5^{c-1}$ 的轨道 H_c；当 $5^a|x_0$ 但 $5^{a+1}\nmid x_0$（其中：$1<a<c$，$a\in Z^+$）时，迭代式（4）进入周期 $2\times 5^{c-a-1}$ 的轨道 H_{c-a}。

2 迭代 $x_{n+1}=\frac{5^c}{2}-|2x_n-\frac{5^c}{2}|$ 产生随机数

利用迭代式（4），产生随机数的方法：

取定范围参数 c，初值 x_0（$x_0\in[1, 0.5\times 5^c]$，$5\times x_0$），迭代次数 N（$N\leqslant 2\times 5^{c-1}$），平移参数 h（$h\in[1, 2\times 5^{c-1}]$），迭代式（4）得，x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_N。输出：

$$y_{n+1}=x_{n+1}-[x_{n+1}/5]+h\ (\mathrm{mod}\ 2\times 5^{c-1})\qquad (n=0, 1, \cdots, N-1) \tag{5}$$

当 $5\nmid x_0$ 时，迭代式（4）产生的数集不含 5 的倍数，为此将迭代后的每一数进行移位处理：$y_{n+1}=x_{n+1}-[x_{n+1}/5]$ 这样一来，当 $N=2\times 5^{c-1}$时，输出的刚好是 1 至 $2\times 5^{c-1}$的某一全排列。另一方面，若初值或中途出现小数，则其后将会是一定长度的连续递增数列。为此，增添平移参数 h。当 $h\neq 0$ 时，如果 1 出现在输出数中，其后必定不再是 2；原来的 1，2，4，$\cdots$，变为 $h+1$，$h+2$，$h+4$，$\cdots$（$\mathrm{mod}\ 2\times 5^{c-1}$）。

如果将式（5）输出的数两两配对（y_1，y_2），（y_3，y_4），$\cdots$，易知：在坐标平面上这些点都落在 2 条直线段（$h=0$）或 4 条直线段（$h\neq 0$ 时）上，即二维平面上点分布相关明显。为此，我们作如下处理（仅讨论 $h=0$）。

先取定初值 x_0，记 $xa=x_0$，迭代 2.4×10^8 次（不进行移位处理，$2\times 5^{12}=488\ 281\ 250$），最后输出值记为 xc；再以 xa，sc 为初值，分别迭代 $N/4$ 次（不进行移位处理），最后输出值分别记为 xb，xd；最后以 xa，xb，xc，xd 为初值，分别迭代 $N/4$ 次（进行移位处理），依次交错输出：

$$ya_1,\ yb_1,\ yc_1,\ yd_1,\ ya_2,\ yb_2,\ yc_2,\ yd_2,\ \cdots \tag{6}$$

图 1 为了取 $c=13$，$x_0=31\ 415\ 926$，$N=8000$，按（6）顺序输出，用 MATLAB5.3 画出散点图。从图 1 中很难看出有网格之类规律。

图 1 截断迭合产生随机数

Figure 1 Random number generated by breaking in and superposing ren-zi mapping

3 伪随机数统计检验

为检验按（6）顺序输出的伪随机数（下面公式中的 y_i 为输出的第 i 项）的质量如何，我们采用常用检验方法[1, 2]：参数检验、Pearson χ^2 检验与 Kolmogorov 检验、自相关系数检验、列联表检验和 k 重量法检验。选取 $c=13$，$h=0$，迭代次数分别为 $N=10^2$，10^3，10^4，10^5，10^6，10^7，10^8，初值分别为 $x_0=271\ 828\ 182=[10^8\times e]$，$x_0=31\ 415\ 926=[10^7\times\pi]$ 和 $x_0=6\ 180\ 339=[10^7\times\frac{\sqrt{5}-1}{2}]$。用 C 语言编写程序，输出相应的检验统计量值。因现有检验公式多针对 $[0, 1]$ 上的伪随机数，故需略作修改。

3.1 参数检验

一阶矩：$\overline{y}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{y_i}{2\times 5^{c-1}}$；二阶矩：$\overline{y^2}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{y_i}{2\times 5^{c-1}}$；方差：$s^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{y_i}{2\times 5^{c-1}}-\frac{1}{2}\right)^2$。

需检验它们是否分别等于 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{12}$，检验统计量：$U_1=\sqrt{12N}\left(\overline{y}-\frac{1}{2}\right)$，$U_2=\frac{\sqrt{45N}}{2}\left(\overline{y^2}-\frac{1}{3}\right)$，$U_3=\sqrt{180N}\times\left(s^2-\frac{1}{12}\right)$ 均渐近服从标准正态分布，拒绝域 $|U_j|\geqslant u_{0.05}=1.96$（$j=1, 2, 3$）。

3.2 Pearson χ^2 拟合优度检验与 Kolmogorov 检验

当 $N=10^2$，10^3 时，10 等分区间 $[1, 2\times 5^{12}]$；当 $N=10^4$ 时，20 等分区间 $[1, 2\times 5^{12}]$；当 $N=10^5$，10^6，10^7 时，100 等分区间 $[1, 2\times 5^{12}]$；当 $N=10^8$ 时，1 000 等分区间 $[1, 2\times 5^{12}]$。记 n_i 为第 i 组伪随机数个数（$i=1, 2, \cdots, m$）。Pearson χ^2 检验统计量：$\chi^2=\frac{m}{N}\sum_{i=1}^{m}\left(n_i-\frac{N}{m}\right)^2$，拒绝域：$\chi^2\geqslant\chi^2_{0.05}(m-1)$。Kolmogorov 检验统计量：$\lambda=\sqrt{N}\max_{1\leqslant i\leqslant m}\left\{\left|\sum_{i=1}^{m}n_i-\frac{i}{m}\times N\right|\right\}$，拒绝域 $\lambda\geqslant\lambda_{0.05}=1.358$。

3.3 自相关性检验

自相关系数 $r_j=\dfrac{\frac{1}{N-j}\sum_{i=1}^{N-j}\left\{\frac{y_i y_{i+j}}{4\times 5^{2c-2}}-(\overline{y})^2\right\}}{S^2}$，检验统计量 $U_{rj}=r_j\sqrt{N-j}$，（$j=1, 2, \cdots, 10$），拒绝域 $|U_{rj}|\geqslant u_{0.05}=1.96$。

3.4 列联表检验

将 $[1, 2\times 5^{12}]^2$ 分为 m^2 个相等的小正方形，当 $N=10^2$，10^3 时，$m=4$；当 $N=10^4$ 时，$m=5$；当 $N=10^5$，10^6，10^7 时，$m=10$；当 $N=10^8$ 时，$m=20$。二维点列：(y_1, y_{1+1})，(y_2, y_{1+2})，(y_3, y_{1+3})，…，落入第 ij 小正方形的个数 n_{ij}，$n_i=\sum_{j=1}^{m}n_{ij}$，$n_j=\sum_{j=1}^{m}n_{ij}$，（$l=1, 2, 3$；$i, j=1, 2, \cdots$）。统计量 $\chi_1^2=\frac{N}{2}\left(\sum_{i,j=1}^{k}\frac{n_{ij}^2}{n_{i.}n_{.j}}-1\right)$，拒绝域 $\chi_1^2\geqslant\chi^2 0.05\left((k-1)^2\right)$。

3.5 k 重量法

将 $[1, 2\times 5^{12}]^k$ 分为 m^k 个相等小立方体（$k=2, 3$），当 $N=10^3$，10^4 时，$m=3$；当 $N=10^5$，10^6，10^7 时，$m=5$；当 $N=10^8$ 时，$m=8$。k 维点列：$(y_1, y_2, \cdots, y_k)$，$(y_{k+1}, y_{k+2}, \cdots, y_{2k})$，…，落入 $[1, 2\times 5^{12}]^k$ 的第 j 个小立方体的点数为 n_j（$j=1, \cdots, m^k$）。统计量 $\chi^2_{2k}=\frac{m^k}{N}\sum_{j=1}^{m^k}\left(n_j-\frac{N}{m^k}\right)^2$，拒绝域 $\chi_{2k}^2\geqslant\chi^2_{0.05}\left((m^k-1)^2\right)$。

表 1 和表 2 说明：I_j，II_j，III_j 分别表示初值 $x_0=271\,828\,182$，31 415 926 和 6 180 339 时，迭代运算 10^j 次（$j=2, 3, \cdots, 7$）；显著性水平统一取 0.05，加下划波浪线表示落入拒绝域。（χ^2 临界值：$\chi^2_{0.05}(8)=15.51$，$\chi^2_{0.05}(9)=16.92$，$\chi^2_{0.05}(15)=25.00$，$\chi^2_{0.05}(16)=29.30$，$\chi^2_{0.05}(19)=30.14$，$\chi^2_{0.05}(24)=36.42$，$\chi^2_{0.05}(26)=38.89$，$\chi^2_{0.05}(81)\approx 122.9$，$\chi^2_{0.05}(99)\approx 122.9$，$\chi^2_{0.05}(124)\approx 156.2$，$\chi^2_{0.05}(361)\approx 415.0$，$\chi^2_{0.05}(399)\approx 455.8$，$\chi^2_{0.05}(511)\approx 575.0$，$\chi^2_{0.05}(999)\approx 1\,088.0$）。

由表 1 和表 2 可见，本算法产生的伪随机数基本通过所选定的几种常见统计检验。

4 结论

理论上讲 c 值可取任何正整数，因此本算法能产生任意长周期的伪随机数。在实际操作中，可根据具体情况选取合适的 c 值。譬如在容量为 M 的总体中进行不重复抽样试验，只要选使 $2\times 5^{c-1}\geqslant M$ 成立的最小 c 值即可。如 $M=10^4$，则有 $c=7$；如 $M=10^8$，则有 $c=13$。文中主要列举 $c=13$ 时的统

表1 自相关系数检验

Table 1 Self-related coefficient test

	N	U_{r1}	U_{r2}	U_{r3}	U_{r4}	U_{r5}	U_{r6}	U_{r7}	U_{r8}	U_{r9}	U_{r10}
I	2	−0.28	0.84	−0.36	0.59	−1.55	1.75	−0.81	1.07	−0.69	1.03
	3	−0.83	0.95	−2.02	0.34	−2.51	−1.32	−0.40	−0.01	0.35	1.54
	4	1.14	−2.28	2.37	−0.36	0.95	1.32	−0.71	−0.80	−0.02	0.18
	5	−0.07	−0.79	0.16	1.35	−0.67	−0.32	0.01	0.80	1.70	−1.63
	6	−0.05	0.79	0.91	0.76	−0.55	0.65	0.02	0.15	−0.23	−0.74
	7	−0.69	0.94	0.29	2.99	−0.93	0.39	1.84	2.21	−0.13	1.12
	8	−0.90	0.06	1.21	1.21	−2.29	0.50	0.52	0.98	0.62	−0.71
II	2	−0.43	−1.54	0.53	0.13	1.82	−0.18	−0.41	1.37	0.85	0.71
	3	−0.49	−0.66	−0.62	1.49	1.56	1.45	−0.33	1.53	−1.23	1.63
	4	0.22	−0.67	−0.04	−0.11	1.50	−0.48	−1.21	1.09	0.21	−1.58
	5	0.04	0.61	−0.91	0.44	0.89	−0.61	−0.96	0.87	0.53	1.17
	6	−0.52	0.19	−0.49	0.19	0.43	−1.40	−0.48	−0.32	0.02	−0.35
	7	0.99	1.58	−0.63	0.29	1.18	2.00	0.51	0.10	1.27	1.51
	8	0.03	0.19	−0.46	−0.35	−0.05	−0.88	0.23	−1.01	1.14	1.16
III	2	0.85	−0.27	0.56	1.51	−0.26	3.44	1.89	1.67	3.07	2.95
	3	0.11	0.14	1.33	1.33	−2.04	−1.01	−0.004	0.99	0.60	1.16
	4	1.41	1.01	−0.22	0.52	−0.63	−0.40	−0.64	0.09	−0.48	−0.97
	5	1.00	−0.76	0.003	−0.98	0.58	0.61	−0.53	−1.35	−0.16	−0.05
	6	−1.01	0.60	1.60	1.07	1.09	−0.82	−0.98	−0.19	−0.56	−0.72
	7	−1.03	−2.20	−0.67	−0.51	−0.36	−0.49	−0.42	0.02	0.40	−0.29
	8	−0.14	1.27	0.09	−0.02	1.06	1.12	0.13	−0.38	1.03	−0.93

表2 参数检验和 χ^2 检验

Table 2 Parameter test and χ^2 test

	N	U_1	U_2	U_3	χ^2	χ	χ_1^2	χ_2^2	χ_3^2	χ_{22}^2	χ_{23}^2
I	2	−0.14	−0.08	0.23	3.60	0.20	24.20	12.40	19.00		
	3	−0.23	−0.13	0.39	5.26	0.35	16.90	11.00	17.00	13.50	19.20
	4	0.13	0.10	−0.14	16.50	0.32	18.70	39.50	22.00	15.40	35.10
	5	−0.32	−0.20	0.42	101.00	0.57	79.80	60.30	67.80	99.30	125.00
	6	−0.94	−0.60	1.21	60.90	0.65	70.30	94.70	65.60	119.00	116.00
	7	−2.51	−1.62	3.24	155.00	1.45	68.80	66.80	76.80	84.20	114.00
	8	−0.61	−0.08	0.17	869.00	0.65	336.00	304.00	304.00	371.00	538.00
II	2	−0.05	−0.19	−0.55	6.00	0.30	2.84	14.20	6.86		
	3	−1.06	−0.70	1.30	1.88	0.44	12.70	7.05	5.02	10.30	22.20
	4	0.43	0.26	−0.63	19.10	0.59	8.38	12.70	9.15	30.40	19.50
	5	−0.37	−0.25	0.46	81.10	0.36	79.30	76.00	75.80	126.00	157.00
	6	0.11	0.07	−0.16	87.40	0.41	75.30	90.90	79.20	108.00	123.00
	7	−0.51	−0.33	0.66	110.00	0.53	86.30	96.50	71.20	66.60	93.70
	8	−0.92	−0.13	0.25	856.00	0.97	309.00	347.00	286.00	381.00	494.00
III	2	−1.04	−0.84	0.69	2.40	0.50	11.20	9.37	14.70		
	3	−0.92	−0.61	1.14	3.02	0.51	3.82	1.24	7.47	13.30	19.80
	4	−0.41	−0.27	0.48	7.76	0.36	9.01	13.90	10.80	21.00	40.00
	5	0.80	0.52	−1.04	95.30	0.68	65.90	64.50	77.00	87.20	155.00
	6	−0.64	−0.42	0.82	101.00	0.64	76.00	116.20	67.10	104.00	124.00
	7	1.15	0.74	−1.49	83.50	0.95	66.50	79.90	78.60	104.00	132.00
	8	−0.13	−0.02	0.04	786.00	0.40	320.00	389.00	293.00	354.00	504.00

计检验结果，其他情形时结果类似，故不一一列出。

根据大量数据运算结果可能初步得到如下结论：式（5）输出的伪随机数，其一维空间的参数检验、均匀性和自相关性检验合格；式（6）输出的伪随机数，其一维、二维和三维空间常见统计检验均能通过。另外本算法对初值不作任何限制，当然最好不要取得太小。因此本算法不失为一种良好的随机数发生器。如果需要［0，1］上的均匀随机数，只要再除以488 281 250即可。

参考文献：

[1] 陈希孺，郑忠国．现代数学手册·随机数学卷[M]．武汉：华中科技大学出版社，2000．445－460.

[2] 肖云茹．概率统计计算方法[M]．天津：南开大学出版社，1994．130－172.

[3] 杨自强，魏公毅．常见随机数发生器的缺陷及组合随机数发生器的理论与实践[J]．数理统计与管理，2001，**20**(1)：45－52.

[4] 周燕，覃朝玲．用混沌法产生随机数发生器的研究[J]．西南师范大学学报（自然科学版），2000，**25**(2)：150－154.

[5] 郝柏林．从抛物线谈起——混沌动力学引论[M]．上海：上海科学教育出版社，1993．100－101.

Iterating $x_{n+1}=5^c/2-|2x_n-5^c/2|$ generate random number

GUAN Yu，XU Qun-fang

(Department of Basic Science，Zhejiang Forestry College，Lin'an 311300，Zhejiang，China)

Abstract：In this paper，iterating $x_{n+1}=5^c/2-|2x_n-5^c/2|$ in $[1,\ 2\times 5^{c-1}]$，the authors generated random number $y_{n+1}=x_{n+1}-[x_{n+1}/5]$ ($n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ N-1$). The authors proved that random number of period for $2\times 5^{c-1}$ could be generated so long as $5\nmid x_0$ (initial value). It gets through parameter test，Pearson χ^2 test，Kolmogorov test，self-correlation test，contingency test and k-gravimetric method.

Key words：random number；iterate；statistical tests；ren-zi mapping！