

考虑横截面塑性区域扩展的竹木复合 夹芯梁弯曲变形的理论研究

许卫群

(浙江林学院 工程学院, 浙江 临安 311300)

摘要: 简述了竹木复合梁的研究现状, 研究了竹木复合夹芯梁弯曲变形的破坏过程, 运用理想弹塑性材料应力演化规律将横截面塑性区域的扩展过程分成了4个阶段, 以平面假设为基础建立了竹木复合夹芯梁强度预测的理论模型。并通过对实例的计算, 分析了夹芯梁弯曲变形过程中不同时刻横截面的弯矩与最大应力之间的关系。以此模型为基础计算的3点弯曲夹芯梁各阶段的跨中挠度理论值与试验结果具有较好的一致性, 最大误差不超过6%。图3表2参11

关键词: 林业工程; 竹木复合夹芯梁; 弯曲变形; 计算模型

中图分类号: S781.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5692(2008)01-0011-05

Bending deformation of bamboo-wood sandwich beam based on the plastic area extension across the cross section

XU Wei-qun

(School of Engineering, Zhejiang Forestry College, Lin'an 311300, Zhejiang, China)

Abstract: Bamboo-wood composites have been studied widely and deeply, especially in the effects of technological conditions on the mechanical properties. The bamboo-wood sandwich beams are often damaged by bending. With the application of the stress evolution regularity on the perfect elasto-plastic material extension, the plastic areas across the cross section are divided into four steps. And a calculation model of predicting the bending behaviors is presented based on the plane hypothesis. The relations of the theoretic moment and the instantaneous maximum stress across the cross section are analyzed through a case. The theoretical deflections in four stages based on the obtained solution agree well with the available results from experiments, the maximum difference less than 6%. It indicates that the calculation model is effective to predict the ultimate strength and bending deformation, and important to optimize design for structure. [Ch, 3 fig. 2 tab. 11 ref.]

Key words: forest engineering; bamboo-wood composite sandwich beam; bending deformation; calculation model

竹木复合材料的开发对促进人工速生林的加工利用, 扩大其使用范围是十分有利的。通过科学合理的组合形式和胶合工艺, 能够获得既降低成本又保证产品内在和外观质量的双重效果^[1]。然而, 如何合理地利用竹木复合材料, 还存在一些需要解决的问题^[2,3]。多年来, 国内外科研人员对竹木复合材料的力学性能进行了大量的探索, 取得了宝贵的经验, 为进一步研究提供了借鉴。早期的研究主要侧重于工艺条件对力学性能的影响^[4,5]。近几年来, 王泉中等^[6-8]先后采用一阶剪切理论和高阶剪切理论深入地研究了横向剪切效应对竹木复合空心板与层合板弯曲变形的影响。作者根据竹材与木材的力学性质及竹木复合夹芯梁的弯曲实验破坏过程, 将夹芯梁的横截面塑性区域的扩展过程分为4个阶段, 以此为基础建立了预测竹木复合夹芯梁弯曲变形的计算模型, 并将3点弯曲梁的跨中挠度理论值与实验结果进行了比较。

1 理论分析与计算

基本假设：①拉伸和压缩时的弹性模量相等。②横截面在弯曲变形前后始终保持为平面。③由于竹材、木材在拉伸时发生脆性断裂，而在压缩大变形时，存在弱线性强化阶段^[9,10]，因此可假设在受压时应力—应变关系为理想弹塑性模型，在受拉时，应力—应变关系为完全弹性，即当拉应力达到抗拉强度时，梁发生脆性断裂。④小变形。

考虑上下表面为较薄层竹片，中间采用杉木 *Cunninghamia lanceolata* 材等作为芯层的复合梁弯曲时横截面塑性区域扩展的过程(图1)。其中： h 为梁高， h_b 为竹材层的厚度。弯曲实验表明，此夹芯梁在加载时，试样的受压侧先屈服，中性轴向受拉侧移动，直到受拉侧竹材开始断裂，最终导致梁破坏。据此可将截面塑性区域的扩展过程分为4个阶段来讨论。第1阶段(图1a)为完全弹性阶段，此阶段直至芯层最上边界处达到屈服点结束。表面竹材层较薄，且竹材抗压强度比木材高，所以芯层上部先屈服。第2阶段(图1b)芯层上部高度为 y_w 的截面屈服后，上表面的竹材开始屈服。第3阶段(图1c)塑性区域逐渐扩展，表层与芯层的屈服面高度分别为 y_b 与 y_w 。第4阶段(图1d)上表面的竹材层完全屈服，而芯层塑性区域继续扩大直到下表面边缘处竹材，应力达到其抗拉强度导致梁破坏。竹材与木材的抗拉强度远大于其抗压强度，分析时认为梁的受压部分先屈服。

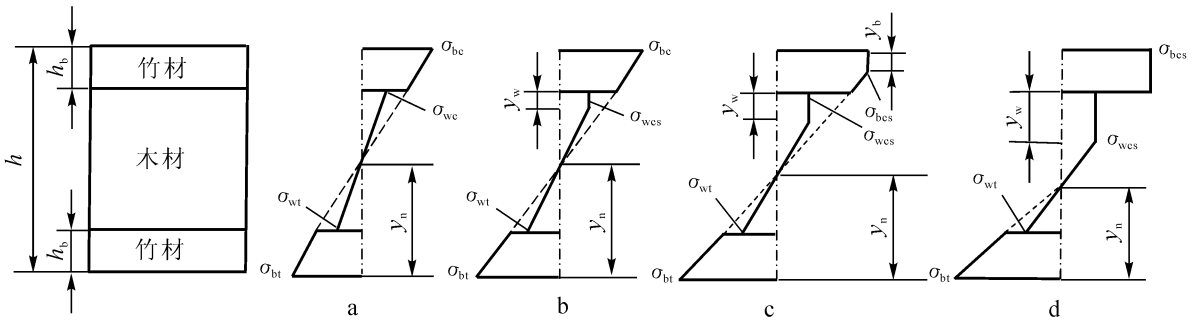


图1 横截面应力演化过程示意图

Figure 1 Sketch map of evolving stress distribution across the section

根据4个阶段的应力分布规律，可计算梁在弯曲变形过程中不同时刻截面的拉、压应力极值，同时可以求出与此应力相应的弯矩与挠度，从而预测梁的承载力及其变形情况。本文以第3阶段为例建立应力极值、弯矩及挠度理论计算模型，其他的类似。根据上面的基本假设可知点的应力与该点到中性轴的距离成正比(图1c)。

由芯层的应力有：

$$\frac{\sigma_{wt}}{y_n - h_b} = \frac{\sigma_{wcs}}{h - h_b - y_n - y_w} \quad (1)$$

由表层的应力有：

$$\frac{\sigma_{bt}}{y_n} = \frac{\sigma_{bcs}}{h - y_n - y_b} \quad (2)$$

根据平面假设，在竹材与木材层连接处，纵向变形应该相等。

$$\frac{\sigma_{wt}}{E_2} = \frac{y_n - h_b}{y_n} \cdot \frac{\sigma_{bt}}{E_1} \quad (3)$$

式中： E_1 、 E_2 分别是竹材和木材的弹性模量， σ_{bcs} 与 σ_{wcs} 分别为竹材与木材的压应力屈服极限， σ_{bt} 与 σ_{wt} 分别为横截面表层与芯层拉应力的最大值， y_n 表示中性层到下表面的距离。

下面再考虑静力学关系，应力沿轴线方向的合力 $F_N = b \int \sigma dy = 0$ ，即：

$$\frac{1}{2} \left[\frac{2y_n - h_b}{y_n} \sigma_{bt} h_b + \sigma_{wt} (y_n - h_b) \right] - \sigma_{bcs} y_b - \frac{1}{2} (h_b - y_b) \left(\sigma_{bcs} + \frac{h - y_n - h_b}{y_n} \sigma_{bt} \right) - \sigma_{wcs} y_w - \frac{\sigma_{wcs}}{2} (h - y_n - y_w - h_b) = 0 \quad (4)$$

横截面的弯矩 $M = b \int \sigma_y dy$ ，即：

$$M = b \left[\sigma_{bcs} y_b (h - y_n - 0.5 y_b) + \frac{h - h_b - y_n}{y_n} \sigma_{bt} (h_b - y_b) (h - y_n - 0.5 y_b - 0.5 h_b) + \sigma_{wcs} y_w (h - y_n - h_b - 0.5 y_w) + 0.5 \left(\sigma_{bcs} - \frac{h - h_b - y_n}{y_n} \sigma_{bt} \right) (h_b - y_b) \left(h - y_n - \frac{2}{3} y_b - \frac{1}{3} h_b \right) + \frac{1}{3} \sigma_{wcs} (h - y_n - h_b - y_w)^2 + \frac{1}{3} \sigma_{wt} (y_n - h_b)^2 + \frac{y_n - h_b}{y_n} \sigma_{bt} (y_n - 0.5 h_b) h_b + \frac{(y_n - h_b/3) h_b^2}{2 y_n} \sigma_{bt} \right] \quad (5)$$

由方程(1)~(4)可知，若复合梁的材料及结构尺寸选定，就可以计算该梁受力过程中不同时刻的 σ_{bt} 、 σ_{wt} 及 y_n 、 y_b 。再将各量代入方程(5)，则可以得到相应于应力的理论弯矩值。当 σ_{bt} 达到竹材的抗拉强度所对应的弯矩值即为梁的最承载力矩。

2 计算实例及讨论

考虑如图2所示的3点弯曲梁。梁的跨度 $L = 1 \text{ m}$ ，截面的各量 $h = 40 \text{ mm}$ ， $h_b = 4 \text{ mm}$ ， $b = 30 \text{ mm}$ 。经实验测得竹材与木材纵向的弹性模量平均值分别为 $E_1 = 12\ 230 \text{ MPa}$ ， $E_2 = 9\ 126 \text{ MPa}$ ，屈服极限分别为 $\sigma_{bcs} = 68 \text{ MPa}$ ， $\sigma_{wcs} = 24 \text{ MPa}$ ，竹材的抗拉强度为 $\sigma_{bts} = 172 \text{ MPa}$ 。根据本文所提出的理论计算方法，分别计算了不同阶段的应力、弯矩值和挠度值。计算过程非常复杂，理论计算借助数学计算软件完成。应力、弯矩等的理论计算结果如表1。由表1可知，随着载荷的增加，中性轴慢慢向下移。复合梁的弹性极限所对应的跨中截面的弯矩值为 $297.84 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，当弯矩达到 $427.24 \text{ N} \cdot \text{m}$ 时竹材层开始屈服，弯矩达到 $474.81 \text{ N} \cdot \text{m}$ ，截面上层竹材全部屈服，而该复合梁截面能承受最大弯矩值为 $632.09 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

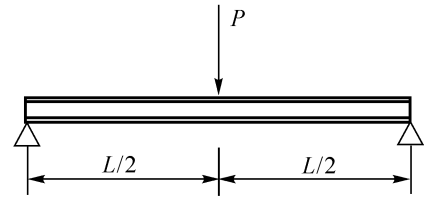


图2 力学计算模型

Figure 2 The mechanical calculation model

表1 理论计算结果

Tablet 1 The theoretical results

扩展阶段	塑性区域的高度		中性层的位置 y_n / mm	竹材的最大应力		木材的最大应力		理论弯矩 $M / (\text{N} \cdot \text{m})$
	芯层	表层		σ_{bt} / MPa	σ_{bc} / MPa	σ_{wt} / MPa	σ_{wc} / MPa	
	y_w / mm	y_b / mm						
第1阶段	0.00	0.00	20.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	0.00	0.00	20.00	40.20	40.20	24.00	24.00	279.84
	1.50	0.00	19.97	44.42	44.34	26.39	24.00	307.36
第2阶段	4.50	0.00	19.81	52.29	53.27	31.14	24.00	360.45
	6.50	0.00	19.50	62.82	66.00	37.26	24.00	427.24
	7.50	1.81	19.29	67.37	66.00	39.85	24.00	453.14
第3阶段	8.00	2.68	19.13	69.46	66.00	41.00	24.00	463.12
	8.80	4.00	18.84	72.51	66.00	42.62	24.00	474.81
	10.50	4.00	18.11	78.91	66.00	45.88	24.00	493.95
第4阶段	20.50	4.00	12.64	141.92	66.00	72.38	24.00	604.66
	23.06	4.00	10.90	172.00	66.00	81.23	24.00	632.09

下面计算理论挠度值。由平面假设可知挠度曲线的曲率半径：

$$\rho = \frac{E}{\sigma_{bt}} y_n \circ \tag{6}$$

式(6)只能计算弯矩为常数时的曲率半径,而3点弯曲时横截面的弯矩是线性变化的。在计算跨中挠度时,将弯矩近似看成分为 n 段增长,只要 n 足够大,则可认为每一段内的弯矩值为常数,那么每小段挠度曲线的曲率半径是常数。跨中的挠度采用各小段挠度之和来表示(图3)。由于该梁的跨高比较大,忽略剪切引起的挠度^[11],那么由图3可知:

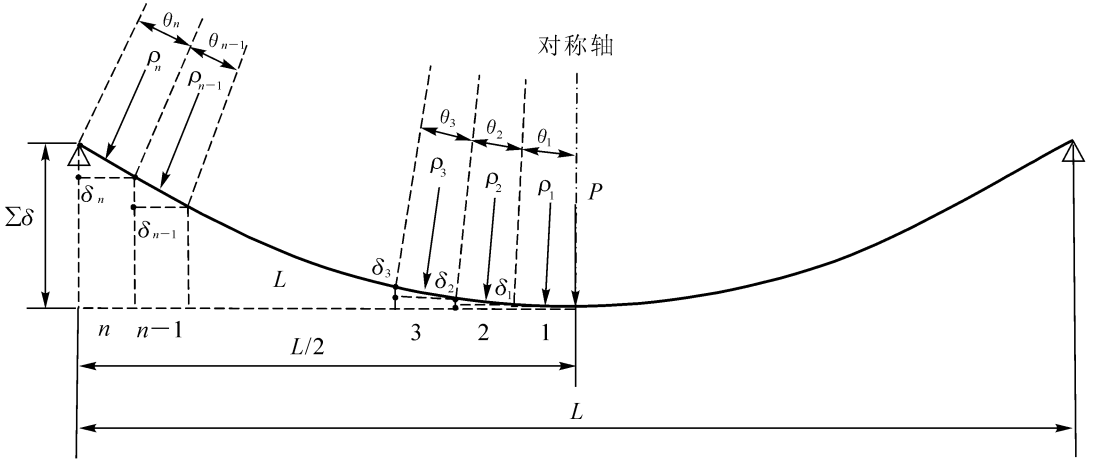


图3 跨中挠度分段计算示意图

Figure 3 Sketch map of the fragmented central span deflection

$$\sum \delta = \sum_{i=1}^n \rho_i \left(\cos \sum_{j=1}^{i-1} \theta_j - \cos \sum_{j=1}^i \theta_j \right), \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^i \theta_j = \arcsin \left(\frac{L}{2n} \sum_{j=1}^i \frac{1}{\rho_j} \right). \tag{8}$$

第 i 段的弯矩值为:

$$M_i = \left(1 - \frac{i}{n} \right) M. \tag{9}$$

式(9)中 M 为跨中的弯矩值。由式(9)即可确定第 i 段的理论弯矩值,再联立方程(1)~(5)即可求得相应的 σ_{bt} 和 y_n ,再由方程(6)可解得 ρ_i 。最后由(7)和(8)确定跨中挠度。

在计算理论挠度时,取 $n = 50$,即每段的长度为 10 mm,挠度的理论值与实测值比较如表2。由表2可知,理论挠度与实验挠度基本吻合,实测值稍大于理论计算结果,这主要是由于理论计算时未考虑剪切引起的挠度和梁自身的质量。

3 结论

挠度的理论值与实测值基本吻合说明笔者在研究中所建立的竹木复合夹芯梁的弯曲变形的计算模型是正确的,根据4个基本假设,将梁的横截面塑性区域的扩展过程分为4个阶段的理论分析是合理的。

笔者在文中所建立的计算模型不仅可以计算梁在曲变形过程中不同时刻截面的拉、压应力极值,

表2 挠度的理论值与实测值比较

扩展阶段	弯矩/ (N·m)	挠度/mm		相对误差/ %
		理论值	实验值	
第1阶段	100.00	4.68	4.78	2.09
	200.00	9.36	9.64	2.90
	279.84	13.10	—	—
第2阶段	300.00	14.10	14.18	4.73
	400.00	18.91	20.02	5.50
	427.24	20.32	—	—
第3阶段	450.00	21.25	22.24	4.94
	474.81	22.92	—	—
第4阶段	500.00	30.06	31.80	5.40
	600.00	46.29	48.42	4.40
	632.09	56.08	—	—

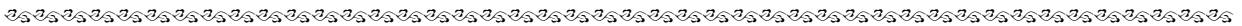
说明:—表示实验值未测定。

同时可以求出与此应力相应的弯矩与挠度, 从而预测梁的承载力及其变形过程。

在建立计算模型的过程中, 考虑了竹木复合梁的构成(如竹材与木材的厚度)与 2 种材料的力学性质(如弹性模量与屈服极限等), 因而, 此模型对竹木复合夹芯梁的优化设计也有重要的参考意义。

参考文献:

- [1] 张齐生, 孙丰文. 竹木复合结构是科学合理利用竹材资源的有效途径[J]. 林产工业, 1995, **22** (6): 4-6.
- [2] 江泽慧, 王戈, 费本华, 等. 竹木复合材料的研究与发展[J]. 林业科学研究, 2002, **15** (6): 712-718.
- [3] 王小青, 刘君良, 张双保. 竹/木复合材料的研究现状与发展趋势[J]. 木材工业, 2006, **20** (1): 12-14.
- [4] BAI X, LEE A W C, THOMPSON L L, *et al.* Finite element analysis of moso bamboo-reinforced southern pine OSB composite beam [J]. *Wood Fiber Sci*, 1999, **31** (4): 403-415.
- [5] 马岩, 李松龄. 定向刨花板弹性模量微观力学理论求解方法探讨[J]. 东北林业大学学报, 1996, **24** (6): 94-97.
- [6] 王泉中, 朱一辛, 蒋身学, 等. 竹木复合空心板弯曲变形分析[J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2001, **25** (1): 27-30.
- [7] 张晓东, 李君, 王泉中, 等. 木竹复合层合板力学性能预测与分析[J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2005, **29** (6): 103-105.
- [8] 王泉中, 张齐生, 朱一辛. 用高阶剪切理论研究竹木复合空心板的弯曲性能[J]. 林业科学, 2005, **41** (1): 127-130.
- [9] 邵卓平. 竹材在压缩时的大变形下的力学行为(I)应力—应变关系[J]. 木材工业, 2003, **17** (2): 12-14.
- [10] 刘一星, 则元京, 师网淳郎. 木材横纹压缩大变形应力—应变关系的定量表征[J]. 林业科学, 1995, **31** (5): 436-441.
- [11] 王泉中, 张齐生, 朱一辛. 考虑横向剪切效应的竹材层合板弯曲变形[J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2001, **25** (4): 37-40.



章晓光荣获“中国知网杯”高校科技期刊突出贡献奖

中国高等学校自然科学学报研究会联合中国学术期刊社举办的“‘中国知网杯’高校科技期刊突出贡献奖”评选活动日前揭晓, 浙江林学院学报编辑部主任章晓光编审获此奖项。该项奖励旨在奖励为高校科技期刊做出突出贡献的人士, 全国 90 人获奖, 其中浙江省 4 人。

“‘中国知网杯’高校科技期刊突出贡献奖”参评条件包括所编刊物曾获 1999 年全国优秀高校自然科学学报及教育部优秀科技期刊奖, 或 2000、2002、2004 年第一、二、三届全国国家期刊奖、国家期刊奖提名奖、国家期刊奖百种重点期刊, 或 2006 年首届中国高校精品·优秀·特色科技期刊奖; 1997 年以来在编辑学核心期刊以及国际编辑出版类的刊物上发表 2 篇以上论文(必须是第一作者或独立发表)等。

(吴伟根)