

全站仪双边交会法测定树木三维坐标

徐文兵, 汤孟平

(浙江农林大学 环境科技学院, 浙江 临安 311300)

摘要: 林业调查中, 林木遮挡不仅影响定位精度和工作效率, 还会导致测量工作难以开展。全站仪自由设站法能有效解决林中通视条件差的制约。自由设站法有多种形式, 由于林业调查精度要求相对较低, 为了便于野外计算, 双边交会法较为适宜。观测交会边长时, 采用对边测量, 能及时检测已测边长精度。直接解算仪器中心的三维坐标, 无需对中和量测仪器高。实践表明, 调查单元边长误差可小于 5 cm, 相对误差一般小于 1/200, 样地闭合差小于树木平均间距的 1/2。图 2 表 3 参 12

关键词: 森林测计学; 全站仪; 双边交会法; 自由设站法; 三维坐标; 树木

中图分类号: S758.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-5692(2010)06-0815-06

Tree's 3D coordinates positioned by two-side intersection with total station

XU Wen-bing, TANG Meng-ping

(School of Environmental Sciences and Technology, Zhejiang A & F University, Lin'an 311300, Zhejiang, China)

Abstract: In forest inventory, poor visibility caused by trees and shrubs often lowers the positioning accuracy and efficiency, sometimes even makes the survey difficult to carry out. Free-station method of total station can work well in poor visibility conditions. Due to relatively low accuracy required in forest inventory and in order to calculate conveniently in field, two-side intersection method is more suitable. When observing two sides, the method of missing line measurement can timely detect accuracy of measured length. It is unnecessary to aim straight at the mark and measure of instrument height if three-dimensional coordinates of the instrument center are directly calculated. Practices indicate that the side length error of inventory unit can be less than 5 cm, the relative error is less than 1/200, and closing error of sample plot is less than 1/2 of average distance between adjacent trees. [Ch, 2 fig. 3 tab. 12 ref.]

Key words: forest mensuration; total station; two-side intersection; free station method; 3D coordinates; tree

随着森林可持续经营对精确信息的需求增加, 森林中树木及其属性在空间的分布即空间结构日显重要^[1]。目前, 国内外森林资源调查的总体发展趋势是高精度、快速度、低成本和连续性, 这就对调查手段提出更高的要求, 全站仪(total station)和全球定位系统(global positioning system, GPS)等新型测绘技术在林业调查中应用越来越广泛^[2]。其中, 全站仪的应用更为普遍, 可用于测设调查样地的边桩, 测量每株林木基部的三维坐标、树高、枝下高等^[3-6]。全站仪是集电子经纬仪、电磁波测距仪和微处理器为一体的测量仪器。但在林业调查的样地测设和每木测量中, 树木之间的视线不通视和有些边桩离树木基部太近不便架设仪器等因素制约了全站仪的应用。尤其在自然保护区内, 大量形态各异的自然生长树木, 上述问题更加突出, 不仅影响测量工作的正常开展, 而且影响全站仪的工作效率和

收稿日期: 2010-01-14; 修回日期: 2010-04-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(30871963); 浙江省自然科学基金资助项目(Y3080261); 浙江省科技计划项目(2009C32063); 浙江农林大学科研发展基金人才启动项目(2021000376)

作者简介: 徐文兵, 讲师, 硕士, 从事工程测绘、GPS 测量等研究。E-mail: xuwb97@163.com

测量精度。全站仪自由设站法是解决此类问题的有效方法^[7]。根据测量工程特点, 全站仪自由设站法主要有2个控制点下的一边一角交会法、双边单角交会法、双边距离交会法等^[8]。此外, 还有在3个、4个、5个以及多个控制点下的自由设站法^[9]。建筑工程中, 因精度要求较高, 常采用双边单角交会法, 需要评价测站点定位精度。而林业调查的精度要求较低, 同时为了野外测量的便捷性和工作效率, 采用双边距离交会法更为适宜。

1 全站仪双边交会的自由设站法原理

在2个控制点下最常用的是双边单角交会的自由设站法。如图1所示, A, B 为已知点, P 为与 A, B 通视条件良好的测站点, 在 P 点架设全站仪, 分别瞄准 A 和 B , 观测 PA, PB 的距离 S_1, S_2 , 通过观测两边方向值 r_1, r_2 计算夹角 β 。这时, 存在一个多余观测量, 根据间接平差^[9], 列出误差方程式(1)。

$$V = AX - L. \quad (1)$$

$$\text{式(1)中: } A = \begin{bmatrix} \frac{\rho \sin \alpha_{PA}^0}{S_1^0} - \frac{\rho \cos \alpha_{PA}^0}{S_1^0} \\ \frac{\rho \sin \alpha_{PB}^0}{S_2^0} - \frac{\rho \cos \alpha_{PB}^0}{S_2^0} \\ -\cos \alpha_{PA}^0 - \sin \alpha_{PA}^0 \\ -\cos \alpha_{PB}^0 - \sin \alpha_{PB}^0 \end{bmatrix}, X^T = \begin{bmatrix} \delta_{x_p} & \delta_{y_p} \end{bmatrix}, L^T = \begin{bmatrix} r_1 - r_1^0 & r_2 - r_2^0 & S_1 - S_1^0 & S_2 - S_2^0 \end{bmatrix}.$$

式(1)中, PA, PB 的距离观测值和 r_1, r_2 的方向观测值可作其近似值为 $S_1^0, S_2^0, r_1^0, r_2^0$; 根据正弦定理 $\frac{S_0}{\sin \beta} =$

$\frac{S_1}{\sin \angle B} = \frac{S_2}{\sin \angle A}$ 计算出 $\angle A, \angle B$, 再由 AB 边已知方位角 α_{AB} 来推算 $\alpha_{PA}^0, \alpha_{PB}^0$, 则 P 点近似坐标为($X_p^0 = X_A + S_1 \cos \alpha_{PA}^0, Y_p^0 = Y_A + S_1 \sin \alpha_{PA}^0$); ρ 为常数, $\rho = 206\ 265$ 。

由(1)式可知, 双边单角交会法计算比较繁琐, 尤其在野外树木测量的过程中, 若没有可编程式计算器, 无法现场边测边算。考虑到树木测量精度要求较低, 无需通过多余观测来严格评定测站点定位精度, 笔者认为, 双边交会的自由设站法在树木测量中更为适用。

如图1所示, 双边交会法只需观测 PA, PB 的距离 S_1, S_2 , 则 $\angle A = \cos^{-1} \frac{S_0^2 + S_1^2 + S_2^2}{2S_0S_1}$ 。根据已知 α_{AB} , 得 $\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \angle A$, 同理可计算 α_{BP} 。计算 P 点坐标 $X_p = X_A + S_1 \cos \alpha_{AP}, Y_p = Y_A + S_1 \sin \alpha_{AP}$ 。

若需要评定 P 点定位精度, 在不考虑已知点误差情况下, 对 X_p, Y_p 进行全微分, 根据中误差传播定律, 则 P 点坐标中误差如(2)式。

$$m_{x_p} = \frac{1}{\sin \beta} \sqrt{\sin^2 \alpha_{BP} m_{s_1}^2 + \sin^2 \alpha_{AP} m_{s_2}^2}; m_{y_p} = \frac{1}{\sin \beta} \sqrt{\cos^2 \alpha_{BP} m_{s_1}^2 + \cos^2 \alpha_{AP} m_{s_2}^2}; m_p^2 = m_{x_p}^2 + m_{y_p}^2 = \frac{m_{s_1}^2 + m_{s_2}^2}{\sin^2 \beta}. \quad (2)$$

设全站仪距离观测中误差为 $m_s (m_s^2 = a^2 + b^2 \cdot D^2 (10^{-6})^2)$, a, b 分别为测距固定误差、比例误差), 由双边的距离即可计算双边观测中误差 m_{s_1}, m_{s_2} , 由三边距离根据余弦定理即可计算夹角 β , 再由式(2)计算 P 点坐标中误差。这些计算工作有普通计算器就可以完成, 比较便捷。

2 应用实例

2.1 研究区与样地设置

调查区域在浙江省天目山国家级自然保护区, 位于浙江西北部临安市西天目山, $30^\circ 18' 30'' \sim 30^\circ 24' 55'' N, 119^\circ 23' 47'' \sim 119^\circ 28' 27'' E$, 是中国东部中亚热带北缘森林的一个代表地段^[5], 森林资源保护

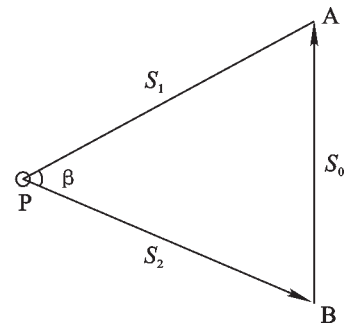


图1 全站仪自由设站法
Figure 1 Free-station method of total station

良好。为了研究毛竹 *Phyllostachys pubescens* 林在近自然状态下的林分空间结构，选择在海拔 840 m 左右，人迹罕至的毛竹林设置样地，样地大小为 100 m × 100 m。用相邻格子调查方法^[4]，把样地划分为 100 个 10 m × 10 m 的调查单元(图 2)。

测量工作分 2 个部分，首先是将 100 个 10 m × 10 m 的调查单元的边桩标设在地面上，其次是测定每棵毛竹基部的三维坐标。为便于调查和记录数据，规定以每个调查单元左下角的边桩号作为该调查单元号。

2.2 测量方法

测量仪器采用南方全站仪 NTS355（方向中误差 ±5"，测距中误差 ±(5 + 5 × 10⁻⁶ · D)mm），普通型对中杆和棱镜。

综合考虑调查区域特点，先选择通视条件较为开阔的地方定出起始边桩 0310(第 3 行第 10 列)

号，假设其三维坐标为(30.00, 100.00, 850.00)(m)，使 *x* 轴正轴方向与坡向保持一致，利用距离放样功能定出 0210 号、0410 号、0510 号边桩，按照三角高程测量方法($h = D \cdot \tan\alpha + i - v$, $D \cdot \tan\alpha$ 为显示高差, *i* 为仪器高, *v* 为棱镜高) 测量这 3 个边桩高程。

调查样地毛竹株数按调查单元的分布见表 1，各个调查单元平均毛竹为 65 株，可见近自然状态下的竹林地上毛竹密集，林内通视条件比较差，在 0310 号边桩上放样出 3 个边桩后，必须搬迁仪器。此外，调查区域坡度较大，为 30° ~ 50°，且 0210 号、0410 号正好落在毛竹基部附近，不便于架设仪器。这种情况下，可采用自由设站法，发挥全站仪的灵活性。其方法与步骤：

第 1 步，在较为平坦且与已测设桩位通视处架设仪器，不需对中和量仪器高。

第 2 步，观测测站与两相邻边桩之间的距离，同时测得仪器横轴中心与棱镜中心之间的高差 *h*，则仪器横轴中心高程按 $H_p = H_A - h + v$ (此时，仪器高 *i* = 0)计算。

第 3 步，测站点平面坐标按上述双边交会法计算。此时， $\alpha_{AB} = 90^\circ \times n$ ($n = 0, 1, 2, 3$)， $\alpha_{AP} = \alpha_{AB} \pm \angle A$ 。利用普通计算器，便可计算仪器横轴中心的三维坐标。

第 4 步，进入仪器中坐标放样程序，以横轴中心三维坐标为测站点坐标，后视起算坐标的边桩，以 0*i*0*j* 号桩(*i* × 10.00, *j* × 10.00, 0.00)为放样点，输入仪器高为 0，棱镜高为 *v*，利用机载程序解算出来的目标边与后视边方位角之差找到目标方向并根据距离放样标定 0*i*0*j* 号桩，要求复测桩顶三维坐标并微调桩位到准确位置，此时仪器显示的高程差的绝对值即为桩顶高程。

标定好 121 个边桩后，以上述同样的双边交会法确定仪器横轴中心的三维坐标，在坐标测量模式下，输入仪器高为 0 和棱镜高来配置测站，可利用坐标偏心模式测量每株毛竹的三维坐标。

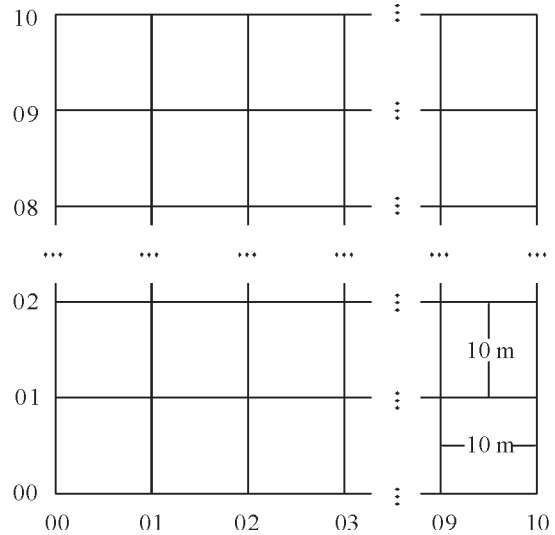


图 2 样地格网

Figure 2 Grid of sample plot

表 1 每个调查单元的毛竹株数

Table 1 Bamboo number of each unit

调查单元号	毛竹株数	调查单元号	毛竹株数
0000	24	0907	71
0001	51	0908	71
...	...	0909	74
0500	79		
0501	56	Σ	6 519
...	...		

2.3 测量精度分析

自由设站点即仪器横轴中心坐标的解算精度将直接影响放样的边桩和测定毛竹坐标的精度。理论上, 仪器横轴中心平面坐标中误差可按式(2)计算, 若不考虑仪器误差和瞄准误差等, 仪器横轴中心坐标误差主要与双边测距误差和双边的夹角大小有关。假设 AB 平距为 10 m, 如图 1, 仪器距离两相邻已测边桩等距, PA 与 PB 等距, 则 $S_1 = S_2 = S$, $m_{s_1} = m_{s_2} = m_s$, 测量仪器采用南方全站仪 NTS355, 根据(2)式, 随着夹角 β 的不同, 双边交会的测站点 P 平面位置中误差如表 2 所示。由表 2 可知, 自由设站点平面位置中误差 m_p 主要受夹角 β 影响, 90° 附近中误差较小, 有文献研究表明在综合考虑多因素影响下, 交会角在 100° 是较佳的^[12]; 由于距离较短, 主要由仪器的测距性能决定的测距中误差大小相近, 对 m_p 影响较小; 夹角 β 值愈大, 双边距离愈短, 势必引起较大的瞄准误差; 当 AB 平距大于 10 m 时, 不同夹角 β 所对应 S 有所差异, 但测站点平面位置中误差变化不大。仪器横轴中心的高程是通过三角高程测量获得, 冯仲科等^[10]对经纬仪或罗盘仪三角高程测量树高做过不少研究, 实验表明, 皮尺配合经纬仪测树高误差范围在 5% 以内, 可以满足林业上测树要求, 而全站仪测距精度比皮尺高得多, 林业调查对高程要求相对要低, 全站仪三角高程测量树木根部的高程精度完全能满足测树要求, 高程中误差计算可参见文献^[2,11]。

表 2 测站点平面位置中误差

$\beta(^{\circ})$	S/m	$\sin^2\beta$	m_s^2/mm^2	m_p^2/mm^2	m_r/mm^2
30	18.660	0.250	25.942	207.534	14.406
50	10.723	0.587	25.539	87.041	9.330
70	7.141	0.883	25.358	57.435	7.579
80	5.959	0.970	25.299	52.171	7.223
90	5.000	1.000	25.251	50.501	7.106
100	4.195	0.970	25.210	51.988	7.210
110	3.501	0.883	25.172	57.021	7.551
130	2.332	0.587	25.117	85.602	9.252
150	1.340	0.250	25.067	200.536	14.161

除了测站点定位精度之外, 样地格网边桩的定位精度也影响整个调查的质量, 因此必须及时评价边桩定位精度, 确保边桩定位准确。边桩的平面定位精度可按(3)式和(4)式来评价:

$$m_{0ij} = \pm \sqrt{m_s^2 + S^2 \cdot m_p^2 / \rho^2} \quad (3)$$

$$m_{0ij} = \pm \sqrt{m_p^2 + m_s^2 + S^2 \cdot m_p^2 / \rho^2} \quad (4)$$

式(3)(4)中: $0\ i\ j$ 为边桩号, i 为行号, j 为列号; m_s 为测距中误差; m_p 为测角中误差; S 为仪器至桩位距离; m_p 为测站点中误差; ρ 为常数, $\rho = 206\ 265$ 。

式(3)是仪器架设在已定边桩上测定的边桩精度, 式(4)是通过自由设站法来放样边桩的定位精度, 带入仪器的精度指标, 计算结果表明 2 种方法精度相当^[10]。但是, 式(3)和式(4)的精度分析是理论上的, 只考虑了仪器误差, 没有分析目标偏心、桩位倾斜等人为误差和大气折光、地球曲率等环境条件的影响。此外, 式(3)和式(4)的精度分析方法增加了野外计算工作量, 影响工作效率, 因此不一定适用。

2.4 测量误差控制

为了提高桩位之间相对距离的定位精度并及时检测和评价, 可采用以下措施: ①选择相对开阔、与相邻桩位通视处架设仪器, 并选择较佳的交会图形, 一般是与相邻两桩位距离相等, 交会角 $\beta = 100^\circ$ 左右^[12]。②由双边交会法解算仪器横轴中心的三维坐标, 不需对中和量取仪器高。③在观测交会边长 S_1 和 S_2 时, 利用仪器自带的对边测量模块, 其原理如式(5):

$$S'_0 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2\cos\beta} \quad (5)$$

以实测的 S'_0 代替 S_0 带入 $\angle A = \cos^{-1} \frac{S_0^2 + S_1^2 - S_2^2}{2S_0S_1}$ 解算 $\angle A$, 可提高测站点坐标的相对精度。④对边测量时, 要检测和评价已测相邻两桩位的距离和高差, 保证每个调查单元边长为 10 m 的相对精度。理论上, 调查单元已测边桩间距离与固定边长 10 m 的差值应可控制在 1 cm 左右^[2,9-10], 但在林中多种因素的影响很难达到理论精度。本研究抽检了 60% 的相邻边, 列举了 9 条边的检测结果(表 3)。结果表

明, 差值一般不超过 5 cm。简易计算该研究区域内毛竹平均间距, 可按式(6)计算:

$$\bar{d} = \sqrt{s_{\text{总}}/n_{\text{总}}} \quad (6)$$

得 $\bar{d} \approx 1.238$ m, 故笔者认为, 差值在 10 cm 以内可以接受, 过大者应适当调整, 如 0402~0503 边。整个样地有 40 条外围格网边, 最后闭合差应小于 $\frac{1}{2}\bar{d}$, 由于格网边两边毛竹分布的随机性, 可保证样地内毛竹总数相对误差较小。⑤在有条件的地方, 可在样地区域埋点布设导线, 以导线点为基础进行测设或自由设站。

各株毛竹基部三维坐标的定位精度可以通过目视检测其与边线的间距, 来判断其坐标的合理性以及是否在正常的范围内。

3 结论与讨论

林业调查中的样地测设和每木测定的精度直接影响调查结果的质量。随着新型测绘仪器的发展, 全站仪在林业调查中得到广泛应用, 但林木之间的遮挡, 不仅影响测量精度和工作效率, 甚至导致测量工作难以开展。自由设站法能有效克服林中通视条件差的制约因素。

林业调查精度要求相对较低, 同时为了操作简单、便于野外计算, 多种自由设站法中的双边交会法较为适宜。全站仪双边交会法可直接解算仪器横轴中心坐标, 不需对中和量仪器高, 可简化野外工作和提高工作效率, 也减少了人为误差。

在只考虑仪器精度和交会边长的情况下, 双边交会法也可达到毫米(mm)级精度。但在林中测量, 由于人为误差和外界环境影响, 只能达到厘米(cm)级, 调查单元边长相对误差一般小于 1/200, 100 m × 100 m 的样地闭合差可小于树木平均间距的 1/2。

自由设站时除了选择地形较好, 通视条件良好, 还由于全站仪测距精度较高, 短距离内测距精度受距离值大小影响较小, 测站点坐标精度主要受交会角大小影响, 因此要选择较佳的交会图形。一般是交会边长大致相等, 交会角 $\beta = 100^\circ$ 左右^[12]。

双边交会法观测时, 采用仪器自带的对边测量模块, 及时检测已测边桩的精度, 减少误差的传递和积累。测量树木三维坐标时, 也要通过目视检测树木与边线的距离, 判断坐标的合理性。

参考文献:

- [1] POMMERENING A. Approaches to quantifying forest structures [J]. *Forestry*, 2002, **75** (3): 305 - 324.
- [2] 徐文兵, 高飞, 杜华强. 几种测量方法在森林资源调查中的应用与精度分析[J]. *浙江林学院学报*, 2008, **25** (1): 132 - 136.
XU Wenbing, GAO Fei, DU Huaqiang. Application and precision analysis of several surveying methods in forestry resources survey [J]. *J Zhejiang For Coll*, 2009, **25** (1): 132 - 136.
- [3] 景海涛, 冯仲科, 朱海珍, 等. 基于全站仪和 GIS 技术的林业定位信息研究与应用[J]. *北京林业大学学报*, 2004, **26** (4): 100 - 103.
JING Haitao, FENG Zhongke, ZHU Haizhen, et al. Research and experiment of forestry positioning information based on GIS and Total Station [J]. *J Beijing For Univ*, 2004, **26** (4): 100 - 103.
- [4] 汤孟平, 周国模, 施拥军, 等. 不同地形条件下群落物种多样性与胸高断面积的差异分析[J]. *林业科学*, 2007, **43** (6): 27 - 31.
TANG Mengping, ZHOU Guomo, SHI Yongjun, et al. Difference analysis of community biodiversity and basal area un-

表 3 相邻边桩的边长检测

Table 3 Length check of adjacent pile

相邻边桩	实测边长/m	理论值/m	差值/m	相对误差
0502 ~ 0503	14.054	14.142	0.088	1/161
0502 ~ 0503	9.980	10.000	0.020	1/500
0600 ~ 0601	10.016	10.000	0.016	1/625
0606 ~ 0607	10.010	10.000	0.010	1/1 000
0608 ~ 0609	10.024	10.000	0.024	1/461
0701 ~ 0801	9.957	10.000	0.043	1/232
0704 ~ 1004	30.040	30.000	0.040	1/750
0901 ~ 0902	9.971	10.000	0.029	1/345
0908 ~ 1008	10.034	10.000	0.034	1/294
...

- der different terrain [J]. *Sci Silv Sin*, 2007, **43** (6): 27 - 31.
- [5] 章雪莲, 汤孟平, 方国景, 等. 一种基于 ArcView 的实现林分可视化的方法[J]. 浙江林学院学报, 2008, **25** (1): 78 - 82.
ZHANG Xuelian, TANG Mengping, FANG Guojing, *et al.* A method of realizing stand visualization based on ArcView [J]. *J Zhejiang For Coll*, 2008, **25** (1): 78 - 82.
- [6] 董斌. 基于全站仪的林业数据自动测算系统[J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2005, **29** (5): 119 - 122.
DONG Bin. A study on automatic surveying and calculating system of forestry data based on Total Station [J]. *J Nanjing For Univ Nat Sci Ed*, 2005, **29** (5): 119 - 122.
- [7] 王庆, 于先文. 顾及已知点精度的自由设站算法及精度分析[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2009, **39** (2): 372 - 376.
WANG Qing, YU Xianwen. Precision analysis and algorithm of free-station positioning considering precision of known points [J]. *J Southeast Univ Nat Sci Ed*, 2009, **39** (2): 372 - 376.
- [8] 宋润嘉, 华斌, 魏洪波. 几种典型自由设站法测量的解算及精度分析[J]. 城市道桥与防洪, 2005 (1): 85 - 88.
SONG Runjia, HUA Bin, WEI Hongbo. Analysis of solution and precision of some kinds of measurement by typical freely set station method[J]. *Urban Roads Bridges & Flood Control*, 2005 (1): 85 - 88.
- [9] 程效军, 缪盾. 全站仪自由设站法精度探讨[J]. 铁道勘察, 2008 (6): 1 - 4.
CHENG Xiaojun, MIAO Dun. Discussion on accuracy of liberal station method with total station machine [J]. *Railway Invest Survey*, 2008 (6): 1 - 4.
- [10] 李锋. 全站仪自由设站法的精度分析[J]. 现代测绘, 2006, **29** (5): 3 - 4, 21.
LI Feng. Precision analysis of free-station positioning in ETS [J]. *Mod Surv Map*, 2006, **29** (5): 3 - 4, 21.
- [11] 冯仲科, 赵英琨, 邓向瑞, 等. 三维前方交会法测量树高及其精度分析[J]. 北京林业大学学报, 2007, **29** (增刊2): 36 - 39.
FENG Zhongke, ZHAO Yingkun, DENG Xiangrui, *et al.* Measurement and precision analysis of tree height by 3D forward intersection [J]. *J Beijing For Univ*, 2007, **29** (supp 2): 36 - 39.
- [12] 焦明连, 罗林. 全站仪自由设站应用于航道控制测量的图形研究[J]. 海洋测绘, 2004, **24** (6): 24 - 26.
JIAO Minglian, LUO Lin. A graph study of setting free station of total station for channel control surveying [J]. *Hydrogr Surv Chart*, 2004, **24** (6): 24 - 26.